BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC DÂN LẬP HẢI PHÒNG

PHẠM VĂN HƯNG

PHƯƠNG PHÁP MỚI NGHIÊN CỨU TỐI ƯU KẾT CẤU DÀN

Chuyên ngành: **Kỹ thuật Xây dựng Công trình Dân dụng & Công nghiệp**
Mã số: **60.58.02.08**

LUẬN VĂN THẠC SỸ KỸ THUẬT

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC:
TS. ĐOÀN VĂN DUẨN

Hải Phòng, 2017

MỞ ĐẦU

Bài toán tối ưu kết cấu có tầm quan trọng đặc biệt trong lĩnh vực cơ học công trình, đòi hỏi phải nghiên cứu đầy đủ cả về mặt lý thuyết và thực nghiệm. Vấn đề tối ưu kết cấu được nhiều nhà khoa học trong và ngoài nước quan tâm nghiên cứu theo nhiều hướng khác nhau. Trong vòng nửa thế kỉ nay, một ngành toán học mới - lý thuyết quy hoạch toán học - đã hình thành và phát triển mạnh mẽ do những đòi hỏi cấp bách vè kinh tế để thực hiện các chỉ tiêu tối ưu: nhiều nhất, ít nhất, nhanh nhất, rẻ nhất, tốt nhất...Với lý thuyết quy hoạch, người kĩ sư được trang bị thêm một công cụ toán học rất có hiệu lực để giải các bài toán tối ưu mà trước đây các phương pháp cổ điển chưa thể giải được.

Phương pháp nguyên lý cực trị Gauss do GS.TSKH. Hà Huy Cương đề xuất là phương pháp cho phép áp dụng nguyên lý cực trị Gauss - vốn được phát biểu cho hệ chất điểm - để giải các bài toán cơ học vật rắn biến dạng nói riêng và bài toán cơ học môi trường liên tục nói chung. Đặc điểm của phương pháp này là bằng một cái nhìn đơn giản luôn cho phép tìm được kết quả chính xác của các bài toán dù đó là bài toán tĩnh hay bài toán động, bài toán tuyến tính hay bài toán phi tuyến.

Đối tượng, phương pháp và phạm vi nghiên cứu của đề tài

Trong luận văn này, tác giả sử dụng phương pháp nguyên lý cực trị Gauss nói trên để xây dựng và giải bài toán tối ưu thể tích dàn.

Mục đích nghiên cứu của đề tài

"Nghiên cứu tối ưu kết cấu dàn bằng phương pháp mới"

Nhiệm vụ nghiên cứu của đề tài

1. Trình bày khái niệm chung về tối ưu hóa kết cấu
2. Trình bày cơ sở lý thuyết tính toán tối ưu trong nghiên cứu kết cấu dàn
3. Sử dụng phương pháp nguyên lý cực trị Gauss để xây dựng và giải bài toán tối ưu thể tích dàn.
4. Lập chương trình máy tính điện tử cho các bài toán nêu trên

CHƯƠNG 1

KHÁI NIỆM CHUNG VỀ TỐI ƯU HÓA KẾT CẤU

1.1. Một số vấn đề hợp lý hóa trong lựa chọn mặt cắt và giải pháp kết cấu:

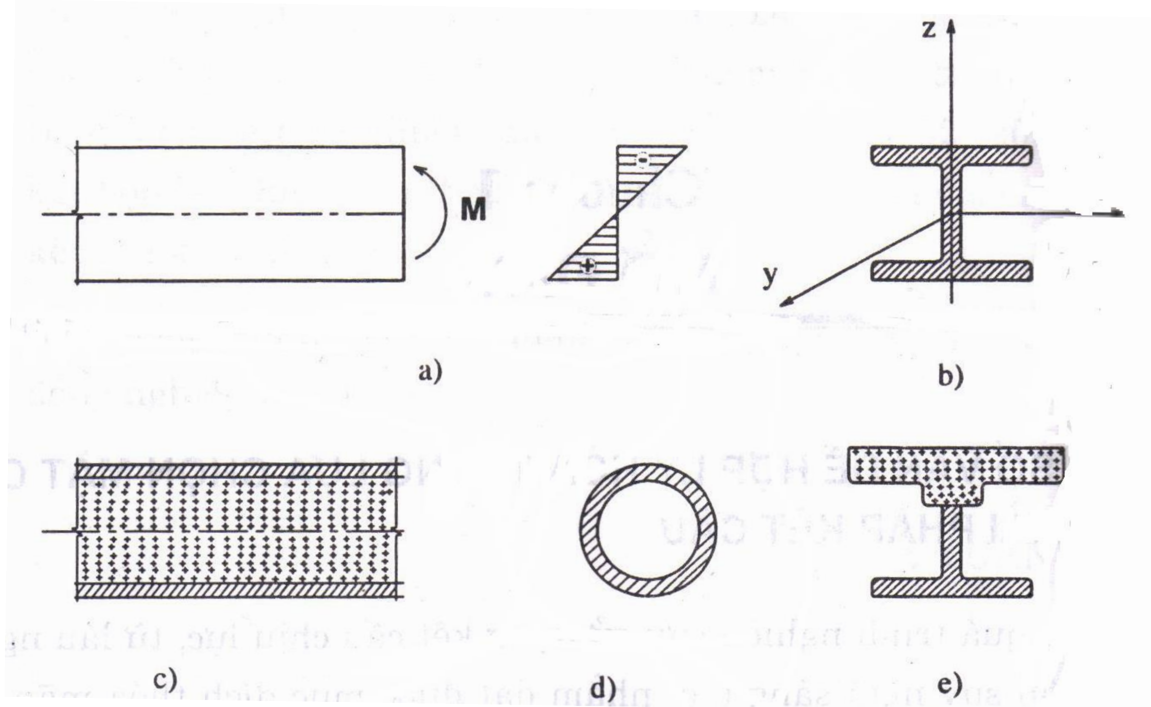
Trong quá trình nghiên cứu sử dụng kết cấu chịu lực, từ lâu người ta luôn suy nghĩ sáng tạo, nhằm đạt được mục đích thỏa mãn các yêu cầu thiết kế nhưng tiết kiệm vật liệu, giảm giá thành. Có thể nêu ra một số cải tiến dưới đây nhằm hợp lý hóa việc sử dụng tiết kiệm vật liệu.

1.1.1. Mặt cắt hợp lý trong cấu kiện chịu uốn

Do đặc điểm phân bố ứng suất theo chiều cao tiết diện, để tận dụng tối đa vật liệu người ta đã chế tạo cấu kiện với các dạng mặt cắt khác nhau theo nguyên tắc: bố trí vật liệu ở vùng có ứng suất lớn và giảm vật liệu ở vùng có ứng suất nhỏ.

Với vật liệu có giới hạn bền kéo và nén như nhau, nếu tải trọng tác dụng chủ yếu gây uốn trục cấu kiện trong mặt phẳng yOz thì tiết diện hợp lý có dạng chữ I (hình 2.1b), trường hợp mặt phẳng tải trọng có thể thay đổi phương nhưng vẫn chứa trục cấu kiện, tiết diện hợp lý có dạng vành khuyên (hình 1.1c).

Để sử dụng hợp lý tính chất của mỗi loại vật liệu người ta còn dùng cấu kiện liên hợp bê tông – thép với phân bố hợp lý: bê tông dùng ở vùng chịu nén, còn thép dùng ở vùng chịu kéo (hình 1.1d).

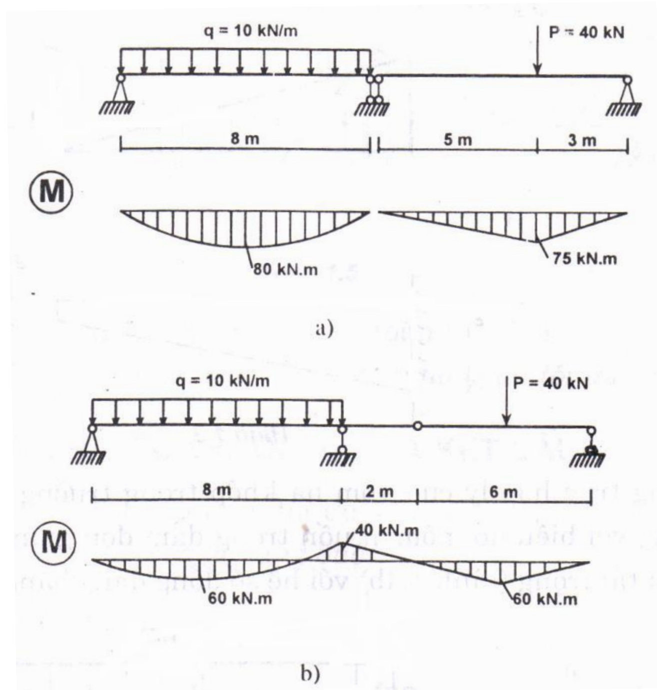


Hình 1.1

Với nguyên tắc như trên, trong cấu kiện bản chịu uốn, người ta đã sử dụng bản ba lớp dạng sandwich, trong đó hai lớp biên chịu lực chính làm bằng vật liệu cường độ cao có chiều dày nhỏ, còn lớp giữa có tính chất cấu tạo với chiều dày lớn, chịu cắt và kết hợp cách âm, cách nhiệt (hình 1.1e).

1.1.2. Giải pháp kết cấu hợp lý

Để vượt nhịp lớn không thể cải tiến bằng cách chỉ thay đổi hình dáng mặt cắt cho kết cấu dầm đơn giản. Trọng lượng bản thân và cấu tạo kiến trúc không cho phép thực hiện giải pháp mặt cắt đơn giản như trên. Người ta chuyển qua kết cấu dàn dầm, mỗi thanh dàn có chiều dài ngắn đáng kể so với nhịp dầm. Để tăng khả năng ổn định cho các thanh chịu nén trong dàn người ta thường sử dụng thanh ghép hoặc thanh tiết diện vành khuyên. Để hạn chế khả năng biến dạng và nội lực trong kết cấu, người ta sử dụng hệ ghép. Trên hình 1.2b cho ta kết quả giảm nội lực (20-25%) của phương án ghép một dầm đơn giản có một đầu thừa với một dầm đơn giản hai đầu khớp so với phương án sử dụng hai dầm đơn giản có cùng chiều dài nhịp như nhau (hình 1.2a). [2]



Hình 1.2

1.1.3. Chiều cao tiết diện và đường trục thay đổi hợp lý

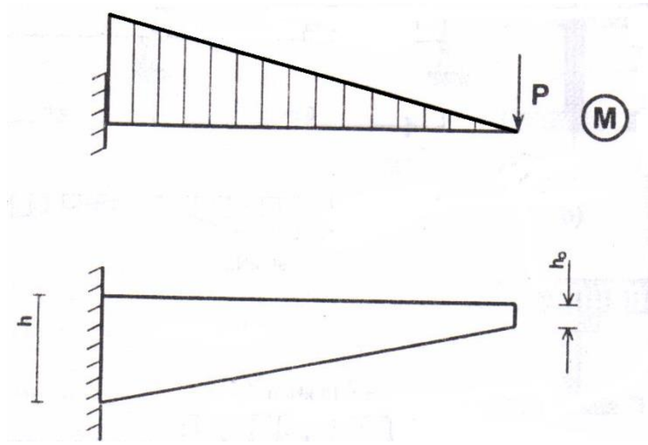
Với dầm có một đầu ngàm, một đầu tự do chịu lực tập trung ở đầu tự do, biểu đồ mômen uốn có dạng tam giác (hình 1.3a), do đó sử dụng kiểu dầm có chiều cao thay đổi như trên hình 1.3b sẽ tiết kiệm được vật liệu.

Với vòm 3 khớp chịu tải trọng phân bố đều như trên hình 1.4a mômen uốn tại tiết diện k bất kỳ được xác định theo công thức:

$$M_k^V(z) = M_k^d(z) - H.y_k(z) \tag{1.1}$$

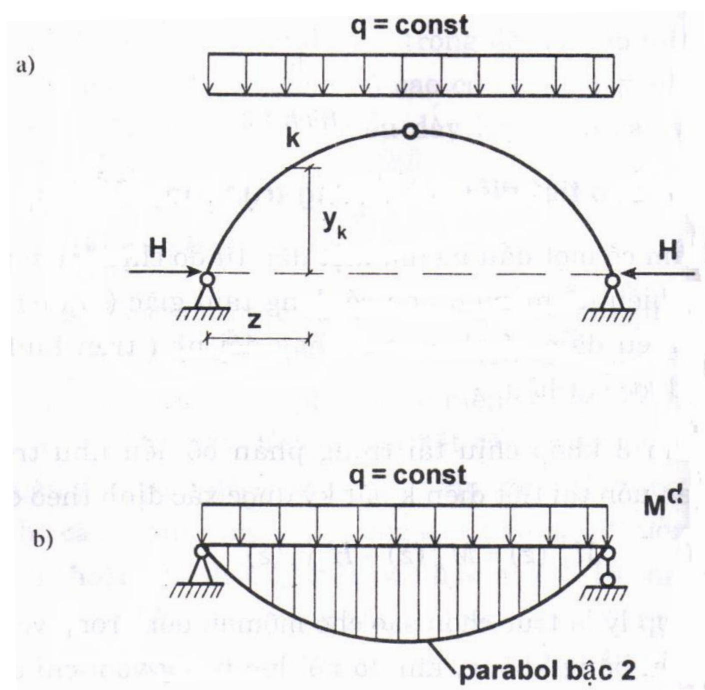
Trục hợp lý là trục chọn sao cho mômen uốn trong vòm tại mọi tiết diện đều bằng không, khi đó nội lực trong vòm chỉ có lực dọc nén khác không. Vì vậy có thể sử dụng vật liệu chịu nén tốt như gạch đá để xây vòm. Từ (1.1) ta tìm được phương trình trục hợp lý của vòm:

$$y_k(z) = \frac{M^d(z)}{H} \tag{1.2}$$



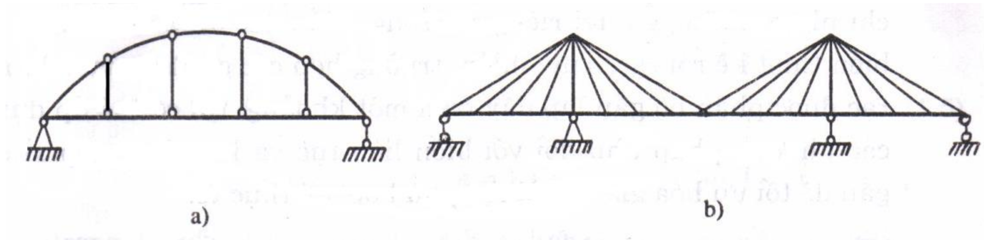
Hình 1.3

Dạng trục hợp lý của vòm ba khớp trong trường hợp này có cùng dạng với biểu đồ mômen uốn trong dầm đơn giản cùng nhịp, cùng chịu tải trọng (hình 1.4b) với hệ số đồng dạng bằng *1/H*.



Hình 1.4

Người ta còn kết hợp khả năng của từng loại cấu kiện chịu uốn và chịu kéo nén để lập hệ liên hợp (hình 1.5a) hoặc hệ dầm – dây (hình 1.5b).



Hình 1.5

Khi công cụ mới: lý thuyết quy hoạch toán ra đời, người thiết kế có điều kiện nâng giải pháp hợp lý thành phương án tối ưu.

1.2. Khái niệm về bài toán tối ưu hóa kết cấu:

Dạng chung của một bài toán tối ưu hóa kết cấu gồm có: các biến thiết kế, hàm mục tiêu và hệ ràng buộc.

1.2.1. Các biến thiết kế

Còn gọi là véctơ biến thiết kế, là những đại lượng đặc trưng của kết cấu, có thể thay đổi giá trị trong quá trình tối ưu hóa. Các đại lượng đặc trưng này có thể là kích thước hình học, tính chất cơ học, vật lý của vật liệu kết cấu.

Biến thiết kế về kích thước hình học có thể là chiều rộng, chiều cao của tiết diện, diện tích mặt cắt ngang của thanh dàn, mômen quán tính hoặc mômen kháng uốn của phần tử chịu uốn, chiều dày của tấm.

Biến thiết kế về tính chất cơ lý của vật liệu có thể là moduyn đàn hồi, hệ số poisson, hệ số dãn nở do nhiệt… là các tham số về điều kiện khai thác: hệ số quá tải, hệ số an toàn, hệ số ổn định, chỉ số độ tin cậy. Những biến loại này thường ít được chọn làm biến thiết kế nhưng có thể được xem xét tính chất bất định của chúng trong một số bài toán tối ưu hóa kết cấu theo mô hình thống kê.

Biến thiết kế cũng có thể là các tọa độ nút của các phần tử. Biến thiết kế được gọi là liên tục nếu nó có thể nhận những giá trị bất kỳ trong một khoảng, miền liên tục. Ngược lại, nếu biến thiết kế chỉ nhận những giá trị riêng rẽ trong miền xác định của nó, ta có biến thiết kế rời rạc. Tuy nhiên, trường hợp các giá trị của biến rời rạc được phân bố gần lấp đầy trên một khoảng, thì có thể áp dụng các phương pháp như đối với biến liên tục và lựa chọn xấp xỉ đủ gần để tối ưu hóa giá trị rời rạc phù hợp với thực tế.

Về mặt toán học tập hợp đầy đủ n biến thiết kế của một kết cấu được biểu diễn thành một véctơ $X = \{x_1, x_1, \ldots x_n\}$, gọi là véctơ biến thiết kế trong không gian thiết kế. Trường hợp cần tìm hình dáng phần tử, hay trục của kết cấu dưới dạng giải tích thì biến thiết kế có thể là một hay nhiều hàm số.

1.2.2. Hàm mục tiêu

Thể hiện mục đích của thiết kế thông qua đặc trưng nào đó của kết cấu, biểu diễn dưới dạng một biểu thức toán học, chứa các biến thiết kế.

$$Z = F(X) = F(x_1, x_2 \ldots, x_n) \tag{1.3}$$

Trong bài toán tối ưu hóa kết cấu, các hàm mục tiêu có thể là thể tích kết cấu, trọng lượng kết cấu, tổng chi phí của kết cấu. Mục đích của thiết kế là tìm véctơ biến thiết kế làm cho hàm mục tiêu đạt giá trị nhỏ nhất (min), hay còn gọi là cực tiểu hóa hàm mục tiêu. Nhưng nếu hàm mục tiêu là độ tin cậy của kết cấu thì yêu cầu cực đại hóa sẽ được đặt ra.

Người ta cũng có thể dễ dàng chuyển bài toán từ cực đại sang bài toán cực tiểu hóa bằng cách đổi dấu hàm mục tiêu.

$$\max F(X) = \min\big(-F(X)\big) \tag{1.4}$$

Trường hợp biến thiết kế là các hàm thì mục tiêu là một phiếm hàm.

1.2.3. Hệ ràng buộc

Là các đẳng thức, bất đẳng thức mô tả quan hệ giữa các biến thiết kế, và khoảng xác định của mỗi biến.

$$\left.\begin{array}{lll} g_i(x) = 0 & i = 1 \div m & (a) \\ g_j(x) \le 0 & j = 1 \div p & (b) \\ x_k^d \le x_k \le x_k^t & k = 1 \div n & (c) \end{array}\right\} \tag{1.5}$$

Trong đó: x_k^d, x_k^t là giới hạn dưới và giới hạn trên của biến x_k.

Hệ (1.5) tạo thành một không gian thiết kế. Các ràng buộc (1.5a) và (1.5b) liên quan đến điều kiện cân bằng, các tiêu chuẩn quy định về độ bền, độ cứng, độ ổn định và tần số dao động riêng của kết cấu. Các ràng buộc có thể ở dạng tường minh hoặc dạng hàm ẩn đối với các biến thiết kế. Ràng buộc (1.5c) quy định miền biến thiên của mỗi biến thiết kế, ví dụ quy định phạm vi của chiều dày tấm, chiều cao tiết diện, chiều dài nhịp kết cấu. Trong trường hợp giải bài toán tối ưu kết cấu theo mô hình thống kê, có xét đến tính chất ngẫu nhiên của các tham số, hệ (1.5) được viết dưới dạng xác suất.

1.2.4. Bài toán tối ưu đa mục tiêu

Trường hợp bài toán liên quan đến việc phân tích, lựa chọn quyết định hướng vào nhiều mục tiêu khác nhau, khi đó ta phải xét đồng thời nhiều hàm mục tiêu. Việc giải quyết bài toán đa mục tiêu nói chung phức tạp. Có nhiều phương pháp giải khác nhau nhưng đường lối chung thường thực hiện qua hai bước sau đây [13]:

Bước 1: Tìm tất cả các phương án tối ưu theo Pareto

Bước 2: Xử lý, thu gọn tập tối ưu Pareto để nhận được nghiệm tối ưu

Trong [13] giới thiệu hai hướng mới giải quyết bài toán tối ưu đa mục tiêu (TƯ ĐMT): bằng lý thuyết logic – mờ và bằng lý thuyết đồ thị. Dựa vào lý thuyết đồ thị dẫn đến một phương pháp giải không nhất thiết phải qua hai bước như ở trên. Có thể nhận thấy do tính chất phức tạp của việc giải bài toán tối ưu đa mục tiêu nên trong thực tế người ta thường tìm cách chuyển bài toán này về một hay nhiều bài toán tối ưu đơn mục tiêu dễ tìm nghiệm hơn.

Trong tài liệu này không trình bày bài toán tối ưu kết cấu theo hướng lập bài toán tối ưu đa mục tiêu, mặc dù về nguyên tắc ngoài yếu tố trọng lượng, giá thành thì các yếu tố khác như ứng suất, chuyển vị, lực tới hạn… cũng như tổ hợp của chúng đều có thể được sử dụng làm hàm mục tiêu. Bạn đọc có thể xem các tài liệu [20], [21] để tìm hiểu về nội dung này. Phần áp dụng bài toán tối ưu đa mục tiêu giải bài toán tối ưu kết cấu dàn bạn đọc có thể xem thêm trong [27].

1.3. Phân loại các dạng bài toán tối ưu hóa kết cấu:

Căn cứ vào biến thiết kế và hàm mục tiêu, bài toán tối ưu hóa kết cấu được chia làm bốn loại:

1.3.1. Bài toán tối ưu tiết diện ngang

Bài toán tối ưu tiết diện ngang có hàm mục tiêu là thể tích hoặc trọng lượng kết cấu với các ràng buộc về bền và chuyển vị. Loại bài toán này đã được nghiên cứu khá đầy đủ, có thể giải được những kết cấu phức tạp và số biến thiết kế khá lớn. Hướng nghiên cứu hiện nay là tìm cách giảm khối lượng tính toán bằng cách tìm phương pháp lặp hội tụ nhanh và tăng mức độ chính xác của kết quả. Bài toán tối ưu tiết diện ngang được chia làm hai trường hợp:

1.3.1.1. Tối ưu tiết diện ngang với biến thiết kế liên tục

Đặc điểm của bài toán là biến thiết kế có thể nhận giá trị trong một miền liên tục. Đây là dạng bài toán được nghiên cứu đầu tiên trong quá trình phát triển cũng như áp dụng các phương pháp quy hoạch toán học và phương pháp tiêu chuẩn tối ưu trong lý thuyết tối ưu kết cấu. Một trong những kỹ thuật giải bài toán này là loại trừ bớt các ràng buộc đã có, tiếp theo ở mỗi bước lặp chỉ giữ lại các ràng buộc tới hạn hoặc gần tới hạn. Kỹ thuật này cho phép giảm đáng kể thời gian tính toán. Bên cạnh đó người ta còn dùng cách đặt biến trung gian (biến nghịch đảo, biến nội lực) nhằm tăng mức độ chính xác khi sử dụng phương pháp gần đúng tuyến tính hóa.

Với bài toán biến liên tục, có thể sử dụng lý thuyết phân tích độ nhạy để tiếp cận lời giải tối ưu, không cần tái phân tích kết cấu nhiều lần mà vẫn thỏa mãn yêu cầu về độ chính xác. Vanderplaats và các cộng sự trong [22] đã phân tích khá đầy đủ các phương pháp gần đúng phục vụ bài này.

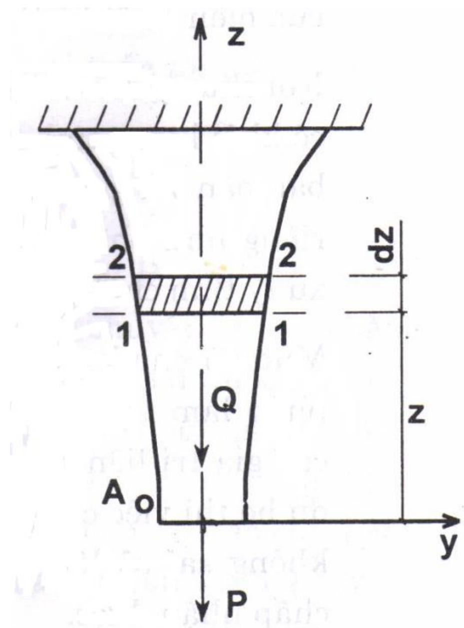
1.3.1.2. Tối ưu tiết diện ngang với biến thiết kế rời rạc

Trong thực tế, biến mặt cắt được chọn trong bảng danh mục cho sẵn do nhà sản xuất cung cấp vì vậy tập các giá trị có thể nhận của biến thiết kế là một tập rời rạc.

Nói chung, so với bài toán biến liên tục, bài toán tối ưu biến rời rạc có khối lượng tính toán lớn hơn nhiều. Bởi lẽ trước tiên ta phải giải bài toán với giả thiết biến liên tục, sau đó sử dụng các phương pháp riêng như phương pháp làm tròn, phương pháp phân nhánh… để xử lý tính chất rời rạc của nghiệm thực.

Mức độ chính xác của kết quả không chỉ phụ thuộc vào phương pháp làm tròn, mà còn phụ thuộc đáng kể vào khoảng cách giữa các giá trị liên tiếp của tập biến rời rạc. Nếu khoảng cách này là đủ bé thì việc chuyển từ biến liên tục sang biến rời rạc là phù hợp, không sai số lớn, ngược lại sẽ không chính xác, thậm chí không chấp nhận được.

Trong thực tế thiết kế cần tránh xu hướng làm tròn tăng so với suy nghĩ thiên về an toàn. Việc làm như vậy sẽ cho kết quả không còn tối ưu nữa. Tác giả Chan [14] đề nghị cách xử lý sau đây: sau khi có nghiệm từ bài toán biến thiết kế liên tục, chọn tiết diện sát với nghiệm nhất cho một nhóm phần tử cố định. Những phần tử khác có thể giảm kích thước bằng cách tính lại nhân tử Lagrange và sử dụng công thức lặp. Quá trình này tiếp tục cho đến khi tất cả các phần tử được nhận các tiết diện trong tập hợp các tiết diện có trong bảng đã cho.



Hình 1.6

1.3.2. Bài toán tối ưu hình dáng

Trong bài toán này cấu trúc của kết cấu không thay đổi, vấn đề là xác định kích thước và hình dáng của kết cấu. Để tìm hiểu nội dung bài toán này, ta xét ví dụ đơn giản sau: Tìm quy luật thay đổi tiết diện của thanh chịu kéo đúng tâm bởi lực tập trung P (hình 1.6). Khả năng chịu kéo của vật liệu thanh là R, trọng lượng riêng γ.

Lời giải: Tiết diện tại $z = 0$ được xác định như sau:

$$A_0 = \frac{P}{R}$$

Tại z, cắt thanh qua tiết diện 1-1, xét cân bằng phần đầu thừa với trọng lượng Q:

$$A(z)R = P + Q$$

Tại mặt cắt 2-2, cách mặt cắt 1-1 một khoảng dz có các thay đổi sau: diện tích mặt cắt tăng thêm một lượng dA, trọng lượng tăng thêm một lượng $dQ = A(z)\gamma dz$ khi đó xét cân bằng phần đầu thừa ta có:

$$[A(z) + dA(z)]R = P + Q + A(z)\gamma dz$$

Sau khi biến đổi, nhận được:

$$\frac{dA}{A} = \frac{\gamma dz}{R}$$

Tích phân hai vế, tìm được biểu thức:

$$lnA(z) = \frac{\gamma}{R}z + c$$

Sử dụng điều kiện biên tại $z = 0$: $A(z) = A_0$ ta tìm được quy luật thay đổi tiết diện theo tiêu chuẩn độ bền đều:

$$A(z) = A_0.e^{\frac{\gamma z}{R}}$$

Trường hợp sử dụng phương pháp số, biến thiết kế sẽ là các tọa độ nút trên đường biên của kết cấu. Trường hợp tổng quát, biến thiết kế trong bài toán tối ưu hình dáng có thể chứa cả biến trong bài toán tối ưu tiết diện ngang.

1.3.3. Bài toán tối ưu cấu trúc

Nội dung của bài toán này là tìm quy luật phân bố tối ưu vật liệu hoặc các phần tử kết cấu bao gồm cả số lượng phần tử và vị trí các nút kể cả liên kết với đất. Bài toán tối ưu cấu trúc phức tạp hơn nhiều, nhưng kết quả nhận được là triệt để và do đó rất tiết kiệm.

Thường người ta chọn kết cấu dàn để tiếp cận với bài toán này nhằm giảm bớt khó khăn, vì xem dàn như một giải pháp hợp lý về cấu trúc ban đầu. Đối với dàn người ta chọn trước một kết cấu xuất phát, gọi là kết cấu gốc, bao gồm nhiều nút và thanh liên kết với nhau trong một không gian kiến trúc xác định. Trong quá trình tối ưu hóa, các thanh dàn có ứng suất nhỏ nhất sẽ được loại bỏ dần, để giữ lại một bộ phận "ưu tú" trong kết cấu gốc ban đầu.

Có thể sử dụng phương pháp lực hoặc chuyển vị để phân tích kết cấu trong quá trình tối ưu hóa dàn. Kết cấu thu được có thể là tĩnh định hoặc siêu tĩnh. Trường hợp kết cấu nhận được là không ổn định, ta phải điều chỉnh.

Có nhiều phương pháp giải bài toán tối ưu kết cấu dàn, khó khăn chung là phải phân tích kết cấu nhiều lần, thời gian tính toán kéo dài.

Trường hợp hệ chịu tải trọng động, trong hệ ràng buộc phải khống chế tần số dao động riêng, người ta thường kết hợp giải hai bài toán tối ưu hình dáng và cấu trúc [3] để tìm phương án kết cấu tốt nhất.

1.3.4. Tối ưu tổng chi phí:

Trên thực tế việc đặt hàm mục tiêu là trọng lượng kết cấu hoặc giá thành kết cấu tính qua trọng lượng là chưa đủ. Mục đích cuối cùng của thiết kế kết cấu là để sử dụng và trong quá trình sử dụng, chất lượng ban đầu của kết cấu sẽ suy giảm theo thời gian. Vì vậy người ta mở rộng phạm vi xem xét kết cấu cả trong quá trình khai thác. Do đó hàm mục tiêu là trọng lượng mới chỉ nói lên chi phí ban đầu của của kết cấu. Cần bổ sung cho hàm mục tiêu phần chi phí trong quá trình sử dụng kết cấu. Vấn đề là khi xét thêm chi phí trong quá trình sử dụng không chỉ dẫn đến làm thay đổi quan niệm về tối ưu hóa kết cấu mà còn kéo theo nội dung bài toán và công cụ giải quyết cũng khác trước, đó là việc áp dụng lý thuyết quy hoạch ngẫu nhiên.

Khi chỉ nghĩ đến chi phí ban đầu thì giá thành kết cấu có quan hệ tỷ lệ thuận với chất lượng và tuổi thọ công trình lúc thiết kế. Nhưng nếu tính cả chi phí trong quá trình khai thác thì cả hai phần chi phí sẽ quan hệ không thuận chiều đối với chất lượng ban đầu của công trình. Về định tính có thể tồn tại điểm cực tiểu của hàm tổng chi phí tương ứng với chất lượng ban đầu [4], [6]. Trong [4], [8] chúng tôi đã chứng minh và xác định được mối quan hệ giữa tổng chi phí và tham số đặc trưng cho chất lượng của kết cấu; điểm cực tiểu của tổng chi phí theo tham số chất lượng ban đầu.

Trong tài liệu này, chỉ giới hạn trình bày bài toán tối ưu hóa kết cấu có ý nghĩa thực tế và cơ bản, đó là tối ưu hóa mặt cắt ngang. Bài toán tối ưu hóa tổng chi phí đã được giới thiệu trong tài liệu [8].

Căn cứ theo tên gọi bài toán quy hoạch, người ta chia các bài toán tối ưu thành các nhóm sau:

1) Bài toán quy hoạch tuyến tính: hàm mục tiêu và các ràng buộc có dạng biểu thức hoặc bất phương trình tuyến tính.

2) Bài toán quy hoạch phi tuyến: hàm mục tiêu hoặc một trong các ràng buộc có dạng phi tuyến.

3) Bài toán quy hoạch tham số: các hệ số trong biểu thức của hàm mục tiêu và các ràng buộc phụ thuộc vào tham số.

4) Bài toán quy hoạch động: đối tượng xét là các quá trình có nhiều giai đoạn hoặc quá trình phát triển theo thời gian.

5) Bài toán quy hoạch rời rạc: miền ràng buộc *D* là tập hợp rời rạc. Trường hợp các biến chỉ nhận giá trị nguyên ta có bài toán quy hoạch nguyên. Nếu các biến chỉ nhận giá trị 0 và 1 ta có quy hoạch Boole, đây là trường hợp riêng của quy hoạch nguyên.

6) Bài toán quy hoạch hình học: hàm mục tiêu và các ràng buộc có dạng tổng các hàm lũy thừa, hệ số dương.

7) Bài toán quy hoạch ngẫu nhiên: các hệ số trong hàm mục tiêu, trong các ràng buộc và các biến là những đại lượng ngẫu nhiên và có đặc trưng xác suất đã biết.

Ngoài ra còn có bài toán cực trị phiếm hàm, ràng buộc có thể là các hàm phi tuyến, các phương trình đại số hoặc các phương trình vi phân. Trong bài toán điều khiển tối ưu: hàm dưới dấu tích phân chứa biến trạng thái, biến thời gian và biến điều khiển.

1.4. Các phương pháp cơ bản giải bài toán tối ưu hóa kết cấu

Cho đến nay, trên cơ sở lý luận cũng như ứng dụng tính toán, có thể phân ra thành hai dòng phương pháp chính giải bài toán tối ưu hóa kết cấu: quy hoạch toán học và tiêu chuẩn tối ưu.

1.4.1. Các phương pháp quy hoạch toán học:

Bài toán tối ưu tổng quát được phát biểu như sau:

Cực tiểu hóa (hoặc cực đại hóa) hàm:

$$\left.\begin{array}{c} F(X) \rightarrow min\ (max) \\ với\ các\ điều\ kiện\ ràng\ buộc: \\ g_i\ (\leq = \geq)\ b_i \\ X \in D \subset R^n;\ i = 1 \div m \end{array}\right\} \quad (1.6)$$

Bài toán được mô tả theo (1.6) còn được gọi là một quy hoạch [13]. Tùy theo dạng hàm mục tiêu, hệ ràng buộc, tính chất của biến mà ta có tên gọi riêng của bài toán như phân loại ở mục 1.3. Có thể nói phương pháp quy hoạch toán học là công cụ tổng quát, có hiệu lực để giải các bài toán tối ưu nói chung và tối ưu hóa kết cấu nói riêng.

Đặc điểm chung của phương pháp quy hoạch toán học là tìm nghiệm tối ưu trong miền thiết kế D bằng cách xuất phát từ một điểm X_0 lựa chọn ban đầu, từ đó tìm hướng đi đến điểm tốt hơn X_1. Từ X_1 tiếp tục tìm đến X_2. Quá trình lặp cho đến khi hàm mục tiêu $F(X_n)$ không thể nhỏ hơn được nữa (trong bài toán cực tiểu hóa) hoặc lớn hơn được nữa (trong bài toán cực đại hóa) mà vẫn thỏa mãn ràng buộc $(X_n \in D)$.

1.4.2. Các phương pháp tiêu chuẩn tối ưu:

Có thể xem đây là các phương pháp gián tiếp, vì theo phươgn pháp này việc cực tiểu hóa hàm mục tiêu được thể hiện thông qua việc tìm kết cấu thỏa mãn các tiêu chuẩn tối ưu. Ưu điểm của phương pháp này là gắn với ý nghĩa vật lý rõ ràng, biểu diễn toán chặt chẽ, dễ lập trình cho máy tính, hội tụ nhanh ngày cả với các bài toán nhiều biến. Nhược điểm của phương pháp này là việc chứng minh tính chất hội tụ của lời giải đôi khi gặp khó khăn, phạm vi áp dụng không rộng như các phương pháp quy hoạch toán học. Cơ sở toán học của phương pháp tiêu chuẩn tối ưu là phương pháp nhân tử Lagrange. Bài toán (1.6) trong trường hợp ràng buộc lấy dấu bằng và miền D là lồi, hàm Lagrange có dạng sau:

$$L(X.\lambda) = F(X) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i g_i(X) \quad (1.7)$$

Trong đó: λ_i – các nhân tử Lagrange

Hàm (1.7) còn được gọi là hàm mục tiêu mở rộng.

Điều kiện cần để tồn tại cực trị của (1.7) là:

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[F(X) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i g_i(X)\right] = 0;\ j = 1 \div n \tag{1.8}$$

Hay:

$$\sum_{i=1}^{m} \lambda_i \left(\frac{\frac{\partial g_i}{\partial x_j}}{\frac{\partial F}{\partial x_j}} \right) = -1 \tag{1.9}$$

Điều kiện (1.8) hay (1.9) còn được gọi là điều kiện Kuhn-Tucker.

Như vậy điều kiện Kuhn-Tucker (1.8) và hệ ràng buộc trong bài toán (1.6) cho ta $n+m$ phương trình đủ để xác định $n+m$ ẩn $x_1, x_2, \dots, x_n$, $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$. Dựa trên ý nghĩa vật lý của hàm mục tiêu và điều kiện ràng buộc của mỗi bài toán, sử dụng điều kiện (1.9) với một vài phép biến đổi ta sẽ có các tiêu chuẩn tối ưu cho từng bài toán cụ thể.

Theo [14] Vankayya đã phát biểu tiêu chuẩn tối ưu trong một số bài toán thường gặp sau đây:

***** Bài toán cực tiểu hóa trọng lượng kết cấu dàn có cùng vật liệu, chịu một ràng buộc về chuyển vị: *Tại trạng thái tối ưu mật độ năng lượng biến dạng khả dĩ đồng nhất với mọi phần tử:*

$$\frac{e_i}{\rho_i} = \frac{1}{\lambda} = const$$

***** Bài toán cực tiểu hóa trọng lượng kết cấu, chịu nhiều ràng buộc về chuyển vị: *Tổng các tỷ số giữa mật độ năng lượng biến dạng khả dĩ với trọng số là các nhân tử Lagrange, lấy đối với mọi phần tử kết cấu bằng đơn vị:*

$$\sum_{i=1}^{m} \lambda_i \frac{e_{ji}}{\rho_i} = 1;\ j = 1 \div n$$

***** Đối với bài toán cực tiểu hóa trọng lượng kết cấu có dạng biến tách rời bị ràng buộc về ứng suất: *ở trạng thái tối ưu, ứng suất cực đại trong các phần tử đều đạt đến ứng suất cho phép.* Đây còn được gọi là tiêu chuẩn độ bền đều.

Đối với bài toán tối ưu trọng lượng, ràng buộc về xác suất phá hoại, Switsky [21] đã đề xuất tiêu chuẩn: *ở trạng thái tối ưu xác suất phá hoại của mỗi phần tử tỷ lệ với trọng lượng của nó:*

$$\frac{G_i}{\sum G_i} = \frac{P_{fi}}{P_{fs}}$$

Đối với bài toán cực tiểu hóa tổng chi phí kết cấu làm việc ngoài giới hạn đàn hồi trong [8] các tác giả đã kiến nghị một tiêu chuẩn tối ưu: *ở trạng thái tối ưu tỷ số độ nhạy là như nhau đối với mọi phần tử:*

$$\frac{\frac{\partial G}{\partial M_{di}}}{\frac{\partial P_f}{\partial M_{di}}} = const$$

1.4.3. Phương pháp tối ưu tiến hóa:

Xie và Steven là người đề xuất phương pháp này năm 1993. Nội dung của phương pháp tối ưu tiến hóa như sau: xuất phát từ kết cấu ban đầu, trên cơ sở phân tích sẽ loại bỏ một số phần tử có ứng suất nhỏ. Tiêu chuẩn loại bỏ được quy định theo tỷ số giữa ứng suất của phần tử và ứng suất cực đại trong kết cấu, ký hiệu là α. Với α_0 chọn ban đầu, quá trình phân tích – loại bỏ được lặp cho đến khi không còn phần tử nào có $\alpha<\alpha_0$. Tiếp theo, α_0 được tăng lên một lượng ε, được gọi là bước tiến hóa. Quá trình phân tích – loại trừ được lặp, với ε thường lấy bằng $(1\div5\%)\alpha_0$ và $\alpha_0 = 10\%$. Quá trình dừng lại khi đạt được sự đồng đều ứng suất trong toàn bộ kết cấu.

Như vậy có thể thấy phương pháp tối ưu tiến hóa là đơn giản, dễ thực hiện với sự trợ giúp của máy tính. Về bản chất, phương pháp này tương tự phương pháp tiêu chuẩn tối ưu – độ bền đều. Với kết cấu hệ thanh, ví dụ kết cấu dàn, có thể sử dụng phương pháp này để giải bài toán tối ưu hóa cấu trúc.

Trong [14], tác giả và các đồng sự đã ứng dụng phương pháp tối ưu tiến hóa cho kết cấu hệ thanh và bản, phát triển giải bài toán tối ưu hóa cấu trúc với hàm mục tiêu là trọng lượng, ràng buộc về chuyển vị. Cơ sở toán học là sử dụng phương pháp

Lagrange, đưa bài toán về dạng quy hoạch không có ràng buộc và giải theo phương pháp tiêu chuẩn tối ưu. Thay chỉ số α bằng chỉ số độ nhạy của các phần tử. Loại trừ dần các phần tử có độ nhạy bé với tỷ lệ từ 1÷10% tổng số phần tử có ở giai đoạn trước đó của kết cấu. Trong [13], đã xây dựng phần mềm FEMOPT cho bài toán tối ưu kết cấu hệ thanh trên cơ sở áp dụng sáng tạo lý thuyết tối ưu tiến hóa của Xie và Steven.

1.4.4. Phương pháp ứng dụng thuật giải di truyền

Bài toán tối ưu được xem là bài toán tìm kiếm giải pháp tốt nhất trong không gian vô cùng lớn của các giải pháp có thể. Khi không gian tìm kiếm của bài toán là lớn, người ta sử dụng những kỹ thuật trí tuệ nhân tạo đặc biệt. Thuật giải di truyên (GA) là một trong những thuật đó. Thuật giải di truyền hình thành dựa trên quan niệm cho rằng quá trình tiến hóa tự nhiên là quá trình hoàn hảo nhất, hợp lý nhất và tự nó đã mang tính tối ưu. GA mô phỏng các hiện tượng tự nhiên: *kế thừa và đấu tranh sinh tồn để cải tiến giải pháp trong không gian giải pháp*. GA được thừa nhận là một công cụ rất hiệu quả trong tối ưu hóa kết cấu, bao gồm tối ưu kích thước hình dáng và cấu trúc.

Vấn đề đặt ra cho đề tài:

Qua nghiên cứu các khái niệm chung về tối ưu hóa kết cấu và áp dụng vào đề tài là tối ưu hóa kết cấu dàn với mục đích là có thể sẽ giảm thể tích, chiều cao, số lượng thanh hay thay đổi kết cấu để dàn có thể hoạt động tối ưu, giảm giá thành xây dựng và thời gian thi công mà vẫn đảm bảo điều kiện chịu lực.

Cần xây dựng 1 bài toán tổng quan về tối ưu hóa kết cấu dàn:

- Tìm biến thiết kế: Chiều cao, chiều rộng, thể tích, diện tích mặt cắt ngang...
- Xây dựng hàm mục tiêu: ví dụ như Thể tích kết cấu, trọng lượng đạt cực tiểu. Mục đích là tìm vecto biến thiết kế làm cho hàm mục tiêu đạt giá trị nhỏ nhất (min) hay còn gọi là cực tiểu hóa hàm mục tiêu
- Xây dựng hệ điều kiện ràng buộc:

CHƯƠNG 2

PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU TỐI ƯU KẾT CẤU DÀN

Như phần trên đã nêu ra: Bài toán tối ưu hóa kết cấu gồm có: Các biến thiết kế, hàm mục tiêu và hệ ràng buộc. Biến thiết kế là các đại lượng đặc trưc của kết cấu có thể thay đổi giá trị trong quá trình tối ưu hóa, trong bài toán tối ưu kết cấu dàn thì Các biến thiết kế có thể là các kích thước hình học như chiều dài, chiều rộng, chiều cao, thể tích, trọng lượng.... Hàm mục tiêu là biểu thức toán học chứa các biến thiết kế . Mục đích của thiết kế là tìm véc tơ biến thiết kế đề cho hàm mục tiêu đạt giá trị nhỏ nhất. Với mục đích sau cùng để rút gọn kết cấu sao cho tốn ít chi phí xây dựng, đầu tư mà khả năng làm việc của dàn không thay đổi.

Trước tiên ta cần đi vào nghiên cứu các khái niệm chung về lý thuyết quy hoạch tối ưu.

I. CƠ SỞ LÝ THUYẾT TỐI ƯU

2.1. Những khái niệm và định nghĩa về lý thuyết quy hoạch tối ưu

Tối ưu hoá các hàm mục tiêu (Z) là tìm được các biến thiết kế $\vec{x}_k$ trong miền ràng buộc (G) nào đó.

Mô hình toán học có dạng như sau:

Tìm giá trị của n biến (x_1, x_2 ..., x_n) thoả mãn hệ ràng buộc (là các đẳng thức hoặc bất đẳng thức) ví dụ như:

$$\begin{cases} gi\ (x_1 \ldots\ x_n) > (<)\ (=) 0 & i = 1, \ldots m\ ; \\ h_j\ (x_1 \ldots\ x_n) > (<)\ (=) 0 & j = 1, \ldots, p \end{cases} \qquad (2.1)$$

và làm cho hàm mục tiêu: $Z = f(x_1,\ldots,x_n)$ đạt cực trị. (2.2)

2.1.1. Các biến thiết kế (BTK)

Trong bài toán thiết kế tối ưu kết cấu biến thiết kế có thể là:

- Kích thước hình học và đặc trưng hình học (A, h, l, δ...)

- Tham số mô tả hình dạng kết cấu.

- Đặc trưng cơ lý của vật liệu (mác bê tông)

Biến thiết kế có thể chia thành các loại sau:

+ Biến liên tục (ví dụ $0 < x < \infty$)

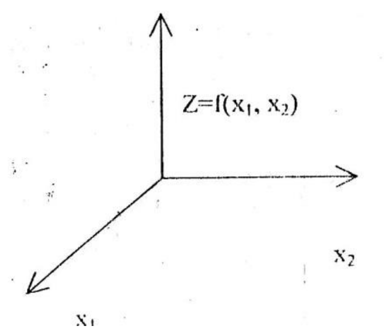
+ Biến rời rạc

2.1.2. Không gian thiết kế (design space)

Có thể là 1, 2, 3, n chiều biểu diễn bởi các "trục" tương ứng với biến thiết kế (mỗi trục ứng với 1 biến)

$Z = f(x)$	Không gian 1 chiều	(2.3)
$Z = f(x,y) \equiv f(x_1, x_2)$	Không gian 2 chiều	(2.4)
$Z = f(x_1,...,x_n)$	Không gian n chiều	(2.5)

Ứng với n biến gọi là siêu không gian n chiều (hyper space)



Hình 2.1. Tọa độ siêu không gian n chiều

2.1.2. Vectơ thiết kế

Toàn bộ các biến thiết kế được tập hợp lại trong 1 vectơ biến thiết kế:

$$x \equiv \{x\} \equiv [x_1 x_2 ... x_n]^T \qquad (2.6)$$

Như vậy, 1 điểm k trong không gian thiết kế n chiều sẽ có n toạ độ.

$$K \Rightarrow [x_1^k x_2^k ... x_n^k]^t \equiv \{x_k\} \equiv \vec{x}_k \qquad (2.7)$$

Vectơ $\vec{x}_k$ sẽ có gốc là 0 và ngọn là điểm K.

Trong chiến lược tìm kiếm tối ưu điểm K sẽ chuyển dời từ vị trí nọ đến vị trí kia trong không gian thiết kế.

Công thức chuyển dịch từ K đến K + 1 sẽ là:

$$\vec{x}_{k+1} = \vec{x}_k + \alpha_k \vec{d}_k \quad (2.8)$$

Trong đó: $\vec{d}_k$: vectơ chỉ phương chuyển dời

α_k: cường độ (bước) chuyển dịch

2.1.4. Hàm mục tiêu (HMT) - Objective funtion

Hàm mục tiêu là 1 hàm số được tìm cực trị trong quá trình tối ưu hoá. Đó là cơ sở để chọn một trong các phương án có khả thi. Hàm mục tiêu là hàm vô hướng của các biến thiết kế, Kí hiệu:

$$Z = f(\vec{x}) \quad (2.9)$$

Chỉ tiêu kinh tế kỹ thuật, nhiều mục tiêu khác nhau - đa mục tiêu.

Biểu diễn hình học của các hàm mục tiêu

- Nếu hàm mục tiêu là hàm tuyến tính đối với biến $\vec{x}$ biểu diễn hình học của nó sẽ là đường thẳng, mặt phẳng hoặc siêu phẳng tuỳ theo bài toán là 2, 3 hoặc n chiều.

- Nếu hàm mục tiêu là hàm phi tuyến: biểu diễn hình học sẽ là họ các đường cong, mặt cong và siêu mặt.

Ví dụ: $Z(\vec{x}) = x_1^2 + x_2^2$

Các đường đồng mức sẽ là các vòng tròn đồng tâm.

- Các dạng hàm mục tiêu đặt biệt khác như:

+ Dạng Pôzinôm trong quy hoạch hình học (GP)

$$Z = \sum C_j x_j^{aj} \ldots \quad (2.10)$$

+ Dạng quy hoạch bình phương (QP):

$$Z = \sum_{i=1}^{n} \sum a_{ij} x_i x_j \quad (2.11)$$

2.1.5. Vectơ Gradien của hàm mục tiêu ($\overrightarrow{\Delta Z}$)

Định nghĩa: Gradien của HMT $\vec{Z}$ là một vectơ gồm các số hạng là đạo hàm bậc nhất của Z đối với các biến số x_i (i = 1,...,n)

$$\overrightarrow{\text{Grad}Z} \equiv \left[\frac{\partial Z}{\partial x_1} \frac{\partial Z}{\partial x_2} \ldots \frac{\partial Z}{\partial x_n} \right]^T \equiv \overrightarrow{\Delta Z} \quad (2.12)$$

Ví dụ: hàm mục tiêu tuyến tính:

$$x = \sum_{1}^{n} C_i x_i \text{ (hằng)}$$

$$\overrightarrow{\Delta Z} = [C_1 C_2 \ldots C_n]^T$$

HMT phi tuyến, $\overrightarrow{\Delta Z}$ sẽ còn phụ thuộc các biến:

$$Z = 2x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2$$

$$\overrightarrow{\Delta Z} \equiv [(4x_1 + 2x_2)(2x_2 + 2x_1)]^T$$

Biểu diễn hình học $\overrightarrow{\Delta Z}$

Đó là vectơ thẳng góc với tiếp tuyến của hàm mục tiêu tại điểm đang xét. Đường dốc nhất nó thẳng góc với đường đồng mức tại điểm đó). Biểu thị hướng làm cho hàm mục tiêu biến đổi nhanh nhất.

Hàm mục tiêu tuyến tính, $\overrightarrow{\Delta Z}$ vuông góc họ các đường thẳng, mặt phẳng, siêu phẳng và song song tại mọi điểm.

2.1.6. Các điều kiện ràng buộc (constraints) $g_j(\vec{x})$

Định nghĩa: Đó là những hạn chế mà các biến thiết kế phải tuân thủ

Trong thực tế, thiết kế tối ưu đó là các điều kiện khống chế, bảo đảm cho toàn bộ kết cấu khỏi bị phá hoại về cường độ, độ ổn định, mỏi, chuyển vị lớn, nút ....

Ví dụ: $\sigma < R_0$; $\sigma \leq \varphi R_0$; $f \leq b/100$; $a < a_{qđ}$

Ta cần phân biệt 2 điều kiện ràng buộc:

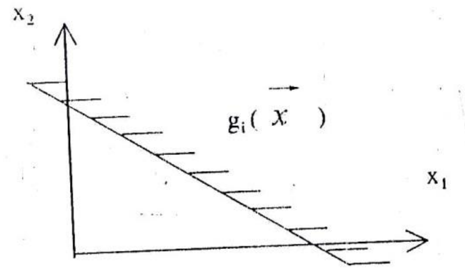
- Ở dạng đẳng thức: $g_i(\vec{x}) = 0$ (i = 1, ..., E)

- Ở dạng bất đẳng thức: $g_i(\vec{x}) \lessgtr$ (i = 1, ..., I)

Biểu diễn hình học:

Mỗi một hàm ràng buộc trong các biểu thức 2, 3 chiều cũng có thể biểu diễn hình học bằng các đường thẳng và mặt phẳng, đường cong hoặc mặt cong. Đối với các bài toán nhiều chiều, đó là các siêu phẳng và siêu mặt.

Ví dụ: điều kiện ràng buộc $g_i(\vec{x}) \equiv x_1 + x_2 - 1 \leq 0$



Hình 2.2.Đường biểu diễn liên tục

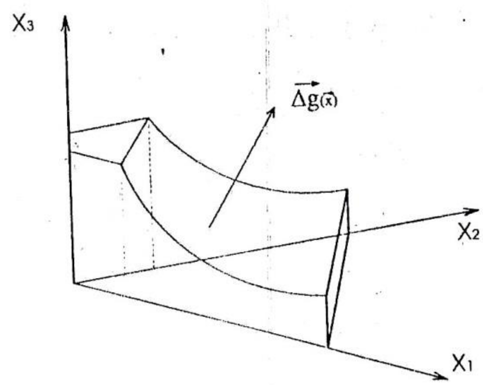
Với các biến thiết kế liên tục thì đường hoặc mặt biểu diễn cũng liên tục.

2.1.7. Vectơ Gradien của hàm ràng buộc $\overrightarrow{\Delta g}(\vec{x})$

Đó là vectơ có thành phần:

$$\left\{\Delta g_i\left(\vec{x}\right)\right\} \equiv \left[\frac{\partial g_i}{\partial x_1}\frac{\partial g_i}{\partial x_2}\cdots\frac{\partial g_i}{\partial x_n}\right]^T \qquad (2.13)$$

Vectơ $\overline{\Delta g_i(\vec{x})}$ cũng là vectơ trực giao với các hàm ràng buộc (đường thẳng, đường cong, mặt cong, siêu mặt ....)



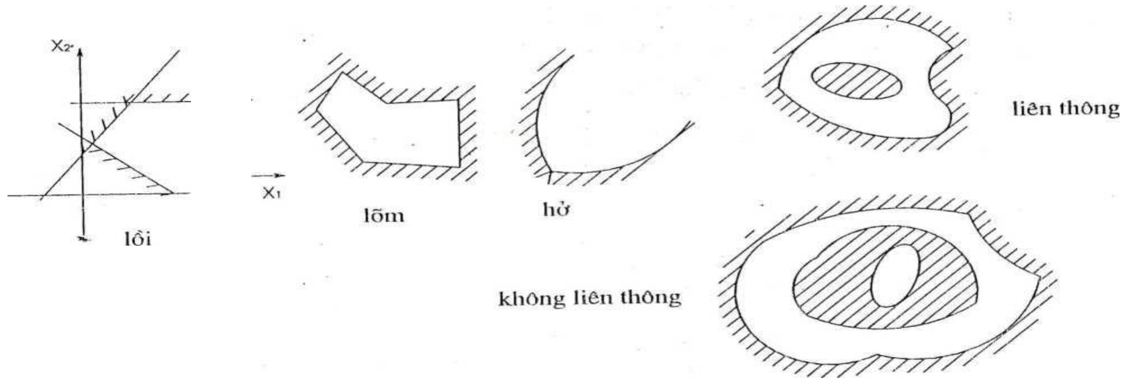
Hình 2.3. Đồ thị mặ cong véctơ Gradien

2.1.8. Miền nghiệm (miền ràng buộc)

- Các điều kiện ràng buộc sẽ xác định ra miền nghiệm của biến thiết kế. Nếu hàm ràng buộc là dạng bất đẳng thức, kiền nghiệm sẽ là các phần mặt phẳng, hoặc không gian 3 chiều hoặc n chiều tương ứng.

Miền nghiệm có thể lồi, lõm, kín, hở, liền thông hoặc không liên thông

Chẳng hạn trong không gian 2 chiều ta có:



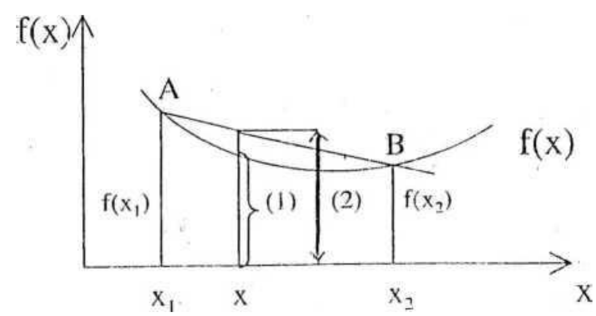
Hình 2.4.Miền nghiệm của biến thiết kế

Một hàm f(x) được gọi là lồi nếu các điểm c của 2 điểm AB trên đường biểu diễn không bao giờ nằm "*dưới*" đường biểu diễn.

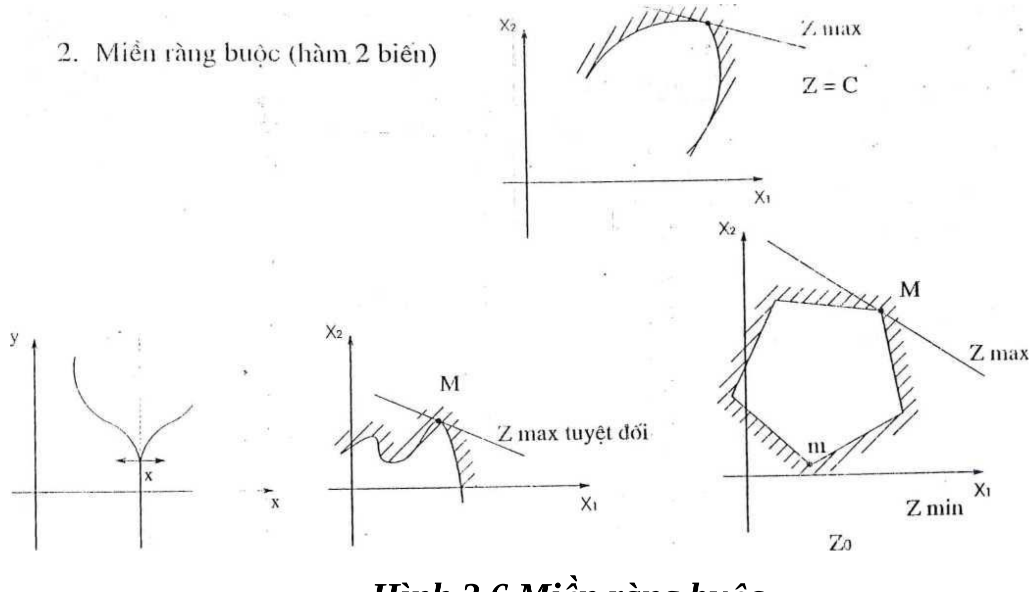
Tức là: $f\left[\xi x_1 + (1-\xi)x_2\right] \le \xi f(x_1) + (1-\xi) f(x_2)$

Trong đó, toạ độ vô hướng ξ là:

$\xi = \dfrac{\bar{x} - x_1}{x_2 - x_1}$ (0 < ξ < 1



Hình 2.5.Miền ràng buộc hàm f(x)



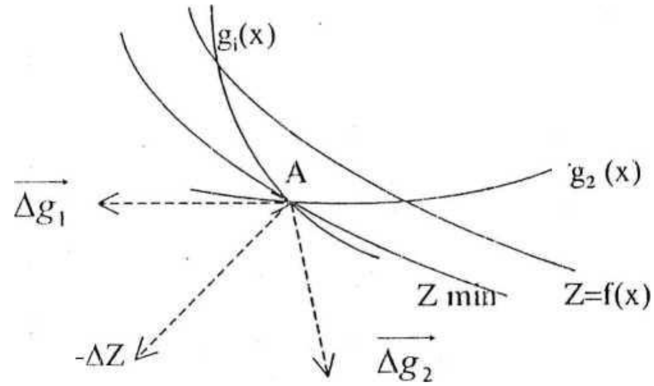
Hình 2.6.Miền ràng buộc

Điều kiện tối ưu KUHN-TUCKER

Điều kiện cần của điểm tối ưu cục bộ là: $\overrightarrow{GradZ}$ phải là một tổ hợp tuyến tính của các vectơ $\overrightarrow{GradZ}$ của điều kiện ràng buộc nhưng đổi dấu.

Ví dụ: Z $\rightarrow$ min!

$$\begin{cases} g_1(x) \geq b_1 \\ g_2(x) \geq b_2 \end{cases}$$



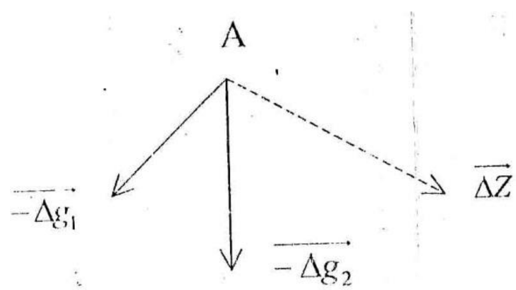
Hình 2.7.

A là điểm tối ưu nên ta có thể viết biểu thức tuyến tính:

$$\left\{\Delta Z\left(\overrightarrow{x_i}\right)\right\} = -\left\{\sum_{j=1}^{m} \lambda_j \Delta g_j\left(\overrightarrow{x_i}\right)\right\}$$

λj = là các thừa số Lagrange

(Nếu $\overrightarrow{\Delta Z}$ nằm ngoài $-\overrightarrow{\Delta g_1}$ và $-\overrightarrow{\Delta g_2}$ không phải là điểm tối ưu)



Hình 2.8.

2.2. Phát biểu bài toán tối ưu:

Nội dung: tìm giá trị của n biến thiết kế

$$\vec{x} \equiv \{x\} = [x_1 x_2 \ldots x_n]^T \qquad (2.14)$$

thoả mãn các điều kiện ràng buộc:

$$g_i(\vec{x}) \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} 0 \quad i \in I \text{ (không gian bất đẳng thức)} \tag{2.15}$$

$$h_j(\vec{x}) = 0 \quad j \in E \text{ (không gian đẳng thức)}$$

và làm cực tiểu (cực đại) hàm mục tiêu Z = f ($\vec{x}$)

Mô hình toán:

HMT: Z = $f(\vec{x}) \to$ min! (max!) (2.16)

ĐKRB $\begin{cases} (\vec{x}) \in R \text{ (thuộc không gian thiết kế n chiều)} \\ G_i(\vec{x}) \begin{pmatrix} \leq \\ = \\ \geq \end{pmatrix} b_i \end{cases}$ (2.17)

Viết tắt: $\vec{x} \in R^n$ [f(x)|G_i(x){≤=≥}b_i]

max

min

Nghiệm chấp nhận của biến thiết kế là tập hợp các giá trị của:

$$x = [x_1, x_2, \ldots, x_n]^T \tag{2.18}$$

thoả mãn các điều kiện ràng buộc.

Tập hợp đó được gọi là một "phương pháp chấp nhận"

Nghiệm tối ưu: Trong số các nghiệm chấp nhận, phương án nào làm cho hàm mục tiêu đạt cực trị theo yêu cầu của bài toán sẽ được gọi là nghiệm tối ưu (hoặc phương án tối ưu)

Người ta phân biệt: Cực trị mạnh, yếu, tổng quát, địa phương, tuyệt đối ...

Ví dụ: 1. Hàm 1 biến f(x)

Điều kiện để có cực trị: f'(x) = 0 → $\hat{x}$

Nếu có $\begin{cases} f''(\hat{x}) < 0 \text{ cực tiểu (m)} \\ f''(\hat{x}) > 0 \text{ cực đại (M)} \end{cases}$

2.3. Các dạng bài toán tối ưu hoá

2.3.1. Tùy hàm mục tiêu

- Tìm cực tiểu (Min!) - Tìm cực đại (Max!)
- Đối ngẫu - Tuyến tính
- Phi tuyến - Một chiều (1 biến thiết kế)
- Hai chiều (2 biến thiết kế) - Nhiều chiều (n biến thiết kế)

2.3.2. Tuỳ điều kiện ràng buộc

- Tối ưu hoá không ràng buộc: Unconstraints Prog. (UCP)
- Tối ưu hoá có ràng buộc: + Tuyến tính
  + Phi tuyến
- Điều kiện ràng buộc dạng + dẳng thức
  + bất đẳng thức (LEP,
  L1P, NEP, NIP)

2.3.3. Tùy cấu trúc và phương pháp giải

- Phương pháp đơn hình và đơn hình cải tiến.
- Phương pháp vận trù học.
- Phương pháp đồ thị.
- Phương pháp nhân tử Lagrange.
- Phương pháp gradien.
- Phương pháp hàm phạt đền.
- Phương pháp quy hoạch hình học.
- Phương pháp quy hoạch động.
- Phương pháp tuyến tính hóa.
- Phương pháp quy hoạch ngẫu nhiên.
- Phương pháp chia ô lưới.

2.4. Quy hoạch tuyên tính

2.4.1. Phát hiểu bài toán quy hoạch tuyến tính (QHTT)

Tìm n biến thiết kế $\vec{x} = [x_1 \ldots . x_2]^T$ làm cực tiểu hóa hàm mục tiêu

$$Z = f(\vec{x}) \rightarrow \text{min!} \tag{2.19}$$

Với $$f(\vec{x}) = \sum_{1}^{n} C_i x_i$$

thoả mãn các ĐKRB tuyến tính:

$$g_i(\vec{x})\{\leq = \geq\}b_i \text{ với } \sum a_i x_j \{\leq = \geq\}b_i \tag{2.20}$$

Ký hiệu: Min Z = (c, $\vec{x}$)

$(A,(\vec{x}))\{\leq = \geq\}b$

$(\vec{x}) \geq 0$

Khai triển:

Hàm mục tiêu: Z = $c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + ... + c_nx_n \rightarrow$ min

Điều kiện ràng buộc:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \leq b_2 \\ a_{m1}x_1 + a_{m2x_2} + \ldots + a_{mn}x_n \leq b_m \\ a_{(m+1)1}x_1 + a_{(m+2)}x_2 + \ldots + a_{(m+n)}x_n \leq b_{m+1} \\ a_{p+1}x_1 + a_{p+2}x_2 + \ldots . + a_{pn}x_n \leq b_p \end{cases}$$

2.4.2. Phân loại

Điều kiện ràng buộc có 3 loại:

a. Điều kiện ràng buộc mang dấu ≤ (dạng chuẩn):

$$(A,\vec{x}) \leq \vec{b}.\,(bi \geq 0)$$

b. Điều kiện ràng buộc mang dấu = (dạng chính tắc)

c. Điều kiện ràng buộc mang dấu ≥

Trong đó có thể đưa dạng này về dạng khác.

Hàm mục tiêu có 2 loại:

a. Cực đại hoá hàm mục tiêu

b. Cực tiểu hoá hàm mục tiêu

Cũng có thể đổi 2 biểu thức tối ưu này bằng cách nhân với (-1)

Ví dụ: min $Z = x_1 - x_2 \Leftrightarrow \max Z' = -Z = -x_1 + x_2$

2.4.3. Các phương pháp giải

- Phương pháp đồ thị: khi vectơ biến thiết kế (2 chiều) có 2 thành phần.
- Phương pháp simplex (đơn hình): tất cả đưa về chính tắc rồi thế y_i, giả.
- Phương pháp Gromory (đối với QHTT nguyên) $\vec{x}$ là các số nguyên.
- Phương pháp Gradien
- Phương pháp dùng bài toán đối ngẫu (khi số điều kiện ràng buộc lớn hơn số biến thiết kế).

2.4.3.1. Phương pháp đồ thị (biểu diễn hình học):

- Số biến thiết kế $\ngtr 2$. Cũng có thể áp dụng cho quy hoạch phi tuyến (NLP)

Các bước thực hiện:

+ Điều kiện ràng buộc đưa về dạng đẳng thức và vẽ đường biểu diễn $x_2 = f(x_1)$

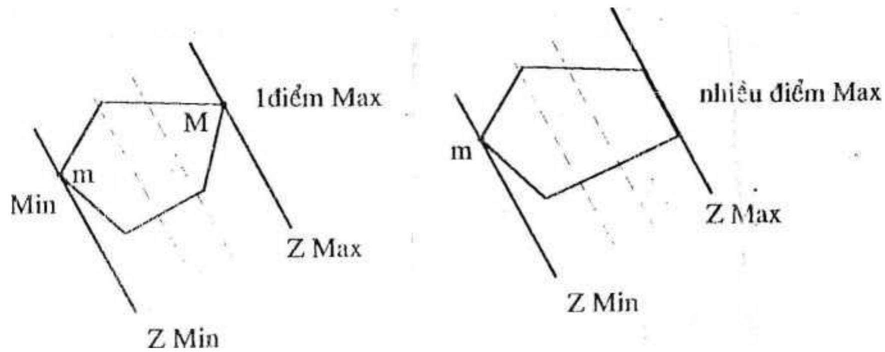
+ Xác định miền ràng buộc (miền nghiệm) bằng các bất đẳng thức.

+ Xác lập vectơ Gradien của hàm mục tiêu $\left(\overrightarrow{\Delta Z}\right)$ để xác định hướng của họ đường đồng mức Z của hàm mục tiêu.

+ Xác định tọa độ điểm "cực trị" M (hoặc m).

+ Tính giá trị tối ưu của Z (cực trị).

Người ta đã chứng minh rằng miền lồi bao giờ cũng có 1 phương án tối ưu ít nhất tại 1 điểm cực trị trên biên.



Hình 2.9.

2.4.3.2. Phương pháp đơn hình (Simplex):

Thực chất: cải thiện dần từng bước các phương án để đi tới nghiệm tối ưu. Rất có hiệu lực đối với quy hoạch tuyến tính.

Các bước tiến hành:

Bước 1: Bổ sung và đẳng thức hóa hàm ràng buộc:

- Đưa các biến đệm y_i vào bất đẳng thức $\leq$ b;
- Đưa các biến dư $-x_j$ vào bất đẳng thức $\geq b_j$ và coi là biến chính thức.
- Đưa các biến giả tạo y_k vào đẳng thức.

Viết lại hàm mục tiêu:

- Với biến dư có hệ số 0 ($0x_j$)
- Đưa phương trình hàm muc tiêu $Z = f(\vec{x})$ về dạng $f(\vec{x}) + 0x_j - Z = 0$
- Lập bảng đơn hình.

Bước 2: Chọn phần tử chốt (pivot) với 3 điều kiện:

- Ở cột có số dương lớn nhất của hàng chứa -Z (cột p)
- Ở dòng có tỷ số nhỏ nhất khi chia phần tử ở cột bị cho a_{ip}
- Không được ≤ 0.

Xóa bỏ biến giả.

Bước 3: Nghịch đảo phần tử chốt (l/a_p)=b và viết vào vị trí đo trong bảng mới.

Bước 4: Nhân dòng chốt cũ (trừ phần tử chốt) với nghịch đảo đó (+b’) được các $\vec{e_k}$

Bước 5: Nhân cột chốt cũ (trừ phần tử chốt) với nghịch đảo (-b’).

Bước 6: Tính các phần tử khác theo công thức: $d_{ik} = D_{ik} - f_{ip}e_k$

Trong đó: D_{ik} : phần tử cũ trong hàng i cột k

f_{ip} : phần tử cũ trong hàng i cột chốt p

e_k : phần tử mới trong cột k (bước 4)

Bước 7: Hoán vị x và y ở cột chốt và dòng chốt.

Kết thúc khi hàng -Z đều là số âm.

* *Lưu ý:*

- Để khử các biến giả tạo y_i, ta chọn phần tử chốt nằm cùng hàng với y_i giả tạo; đó phải là một số dương nhưng không cần phải thỏa mãn các điều kiện trong bước 2. Vì chuyển x và y nên cột chốt bị xóa bỏ (không cần tính).

Trong bảng cần bổ sung cho đủ các biến y ở cột cuối cùng.

2.4.3.3. Phương pháp dùng bài toán đối ngẫu:

Cho bài toán xuất phát (bài toán gốc) quy hoạch tuyến tính (LP)

$$\text{LP}\begin{cases} MinZ = (c,\vec{x}) & (\vec{x} \in R^n) \\ A\ \vec{x} \geq \vec{b} & (\vec{b} \in R^m) \\ \vec{x} \geq 0 & \end{cases}$$

Ta tổ chức 1 bài toán khác gọi là đối ngẫu (D):

$$\text{D}\begin{cases} MaxG = (b,\vec{u}) & (\vec{u} \in R^m) \\ A^T\vec{u} \leq c & \\ \vec{u} \geq 0 & \end{cases}$$

Như vậy:

- Ma trận các hệ số của ĐKRB của (D) là chuyển trí ma trận các hệ số của ĐKRB của (LP)

- Hệ số của các biến mới $\vec{u}$ sẽ là vectơ hàng, chuyển trí của vectơ cột $\vec{b}$

- Ngược lại, với vectơ hệ số $\vec{c}$ ...

* Những điều cần lưu ý khi dùng phương pháp bài toán đối ngẫu:

a. Nếu hàm mục tiêu có nhiều biến thiết kế và điều kiện ràng buộc không quá 2, ta có thể chuyển bài toán gốc sang bài toán đối ngẫu để giải trực tiếp bằng phương pháp đồ thị một cách dễ dàng.

b. Các cặp bài toán đối ngẫu có thể được gọi là:

- Đối xứng: nếu ràng buộc đều là bất đẳng thức.
- Không đối xứng: nếu điều kiện ràng buộc 1 bên là đẳng thức, bên kia là bất đẳng thức.

2.5. Quy hoạch phi tuyến (NLP)

2.5.1. Mô hình toán

$$\underset{\vec{x}\,\in\,R^n}{Min(Max)} \left\lfloor f\left(\vec{x}\right) | g_i\left(\vec{x}\right)\{\leq = \geq\} b_i \right\rfloor \tag{2.21}$$

Trong đó ít nhất phải có 1 hàm phi tuyến đối với vectơ biến $\vec{x}$

Như vậy: Hàm mục tiêu có thể tuyến tính hoặc phi tuyến, điều kiện ràng buộc cũng vậy (có thể tuyến tính hoặc phi tuyến tính).

Ta cùng phân loại thành 2 dạng bài toán tối ưu phi tuyến:

Dạng 1: không có điều kiện ràng buộc.

Dang 2: có điều kiện ràng buộc.

2.5.2. Các phương pháp giải

Đối với các bài toán quy hoạch phi tuyến, cách giải tổng quát hầu như chưa có. Từ trước tới nay đã có nhiều nghiên cứu và áp dụng trong thực tế nhưng nói chung chua có phương pháp nào được thích dụng trong mọi trường hợp.

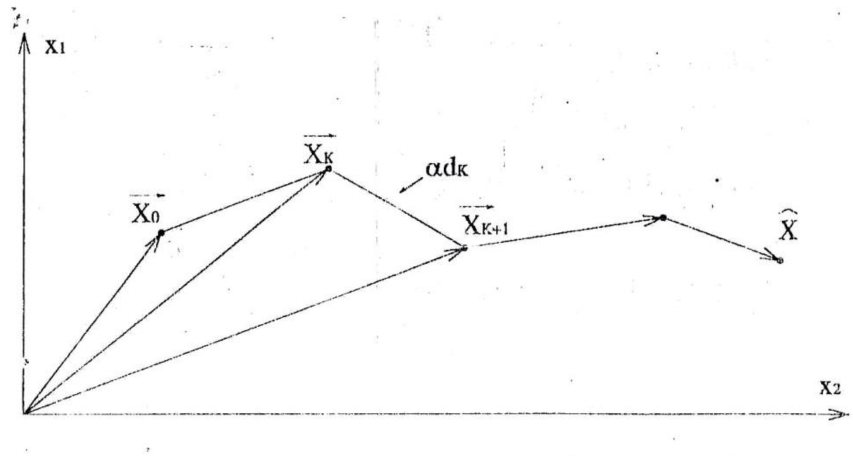
Tuy nhiên, đáng lưu ý là các phương pháp theo những phương hướng sau:

- Dùng nhân tử Lagrange.
- Dùng vectơ gradien và các vectơ dẫn hướng khác.
- Dùng biện pháp tuyến tính hóa.
- Dừng biện pháp tìm kiếm tiền định và ngẫu nhiên.
- Dùng các hàm phạt đền V.V..
- Dùng các lý thuyết quy hoạch khác như quy hoạch hình học ...

Trong các phương pháp trên, nổi trội nhất là các phương pháp dùng vectơ gradien và các vectơ dẫn hướng khác. Nguyên tắc như sau:

Xuất phát từ 1 điểm X_0 (trong không gian n chiều) có tọa độ là $X_0 \equiv \left[x_1^{(0)} x_2^{(0)} \ldots x_n^{(0)}\right]^T$ dịch chuyển đi theo hướng $\vec{d}_0$ một đoạn bằng α_0, ta sẽ tới điểm lân cận trong miền ràng buộc X_1 có tọa độ $\overrightarrow{X_1} \equiv \left[x_1^{(0)} x_2^{(1)} \ldots x_n^{(1)}\right]^T$ với công thức chuyển dịch:

$$\overrightarrow{X}_1 = \overrightarrow{X}_0 + \alpha_0 \vec{d}_0$$



Hình 2.10.

Cứ thế, chuyển dịch tới những nghiệm khác tốt hơn cho tới nghiệm tối ưu: $\{\overrightarrow{X}\} = \overrightarrow{X_k} + \alpha_k \overrightarrow{d_k}$ làm cho hàm mục tiêu đạt cực trị như mong muốn. Vậy công thức chuyển dịch trung gian thứ K sẽ là:

$$\overrightarrow{X_{k+1}} = \overrightarrow{X_k} + \alpha_k \overrightarrow{d_k}$$

Trong đó: α_k = độ dài (bước) chuyển dịch

$\overrightarrow{d_k}$ = vectơ chỉ hướng chuyển dịch

* Hướng đi đầu tiên nên theo hướng đường dốc nhất (liên quan tới vectơ gradien) với bước đi dài nhất nhưng không vượt quá miền ràng buộc (nhỡ trớn)

* Khái niệm về vectơ gradien và ma trận Hessian.

- Vectơ gradien của hàm mục tiêu sẽ là hướng dốc nhất trên "bình diện" các đường đồng mức biểu thị bởi hàm mục tiêu Z = f($\vec{x}$)

Như vậy, hàm mục tiêu Z = f($\vec{x}$) sẽ tăng nhanh nhất theo hướng $\overrightarrow{\Delta Z}$ và sẽ giảm nhanh nhất theo hướng ngược lại - $\overrightarrow{\Delta Z}$

Thành phần của vectơ $\overrightarrow{\Delta Z} \equiv \left[\frac{\partial Z}{\partial x_1}\frac{\partial Z}{\partial x_2}\cdots\frac{\partial Z}{\partial x_n}\right]^T$

- Ma trận Hessian [H]

Các số hạng của [H] lần lượt là đạo hàm riêng cấp 2 của hàm mục tiêu lấy đơn vị biến x_i và x_j. [H] có cấu trúc như sau:

$$[H] = [\Delta^2 Z] \equiv [\Delta^2 f] = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 x_2} \cdots \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 x_n} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n x_1} \cdots\cdots\cdots \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \end{bmatrix}$$

2.5.3. Các bài toán phi tuyến không ràng buộc

2.5.3.1. Phương pháp Gradien:

Phương pháp đường dốc nhất dựa trên cơ sở của công thức đã dẫn nhưng vectơ chỉ hướng chuyển dịch $\overrightarrow{d_k}$ lấy bằng vectơ gradien.

$$\overrightarrow{X}_{k+1} = \overrightarrow{X}_k + \alpha_k \overrightarrow{d_k} = \overrightarrow{X_k} + \alpha_k \frac{\overrightarrow{\Delta f(x_k)}}{|\Delta f(x_k)|} \tag{2.22}$$

- Theo khai triển Taylor với 3 số hạng, ta có:

$$f(\vec{x}) = f(\overrightarrow{x_k}) + \{\Delta f(\overrightarrow{x_k})\}^T(\vec{x} - \overrightarrow{x_k}) + \frac{1}{2}(\vec{x} - \overrightarrow{x_k})^T[\Delta^2 f(\overrightarrow{x_k})](\vec{x} - \overrightarrow{x_k})$$

- Thay $(\vec{x} - \overrightarrow{x_k}) = \alpha_k \overrightarrow{d_k}$ ta có:

$$f(\vec{x}) = f(\overrightarrow{x_k}) + \{\Delta f(\overrightarrow{x_k})\}^T \alpha_k \overrightarrow{d_k} + \frac{1}{2}(\alpha_k \overrightarrow{d_k})^T [H] \alpha_k \overrightarrow{d_k}$$

- Lấy đạo hàm với α_k và cho bằng 0:

$$\frac{\partial f}{\partial \alpha_k} = \{\Delta f(\overrightarrow{x_k})\}^T \overrightarrow{d_k} + \{\overrightarrow{d_k}\}^T.[H]\alpha_k.\overrightarrow{d_k} = 0$$

Cuối cùng, rút ra công thức tính bước chuyển dịch:

$$\alpha_k = -\frac{\left\{\Delta f\left(\overrightarrow{x_k}\right)\right\}^T \overrightarrow{d_k}}{\left\{\overrightarrow{d_k}\right\}^T [H] \overrightarrow{d_k}} \tag{2.23}$$

2.5.3.2. Phương pháp Gradien liên hợp:

* Định nghĩa: Vectơ $\overrightarrow{d_i}$ được gọi là liên hợp của vectơ $\overrightarrow{d_j}$ đối với một ma trận [G] xác định dương nếu ta có:

$\overrightarrow{d_i^T}[G]\overrightarrow{d_j} = 0$ (với mọi i, j & i $\neq$ j)

Hướng của 2 vectơ đó gọi là "hướng liên hợp"

* Định lý 1:

Nếu hướng tìm tuyến tính dọc theo các hướng liên hợp, hàm mục tiêu sẽ được triệt tiêu hoá trong không gian theo các hướng đó.

* Định lý 2:

Nếu 2 toạ độ $\vec{Y}$ và $\vec{Z}$ là điểm cực tiểu trong 2 không gian con song song thì hướng $\vec{Z} - \vec{Y}$ sẽ liên hợp với bất kỳ vectơ nào nằm trong các không gian đó.

* Cách tạo hướng liên hợp:

Bằng cách dựa trên 2 định lý trên, ta tạo ra các hướng liên hợp.

Giả sử từ toạ độ xuất phát $\overrightarrow{X_0}$ đã biết, ta chọn bước đi ban đầu là $\overrightarrow{d_0}$ theo 1 hướng $\vec{P}$ nào đó.

Toạ độ tiếp theo $\overrightarrow{X_1}$ sẽ có được bằng cách tính theo công thức đã biết:

$$\overrightarrow{X_1} = \overrightarrow{X_0} + \alpha_0 \overrightarrow{d_0}$$

Trên cơ sở của 1 hàm mục tiêu, ta tính được vectơ gradien tại điểm xuất phát và ma trận Hessian [H] $\equiv$ [G], do đó tính ra bước dịch chuyển:

$$\alpha_0 = -\frac{\left\{\Delta(X_0)^T \overrightarrow{d_0}\right\}}{\overrightarrow{d_0^T}[H]\overrightarrow{d_0}}$$

Tìm vectơ liên hợp $\overrightarrow{d_1}$ bằng công thức định nghĩa:

$$\overrightarrow{d_1^T}[H]\overrightarrow{d_0}=0$$

và lại tiếp tục tính α_1 tại $\overrightarrow{X_1}$. Cuối cùng tìm được $\overrightarrow{X_2}$....

Cứ như vậy cho tới điểm cần tìm.

2.5.3.3. Các phương pháp điều chỉnh hướng vectơ Gradien:

- Đối với hàm mục tiêu không phức tạp, phương pháp đường dốc nhất sẽ cho ta đi nhanh nhất tới cực trị.

- Đối với hàm có biến đổi đột ngột, nhiều khi phải chỉnh hướng để đạt hiệu quả.

a. Phương pháp Newton - Raphson (Dùng đạo hàm bậc 2) (NR)

$$\overrightarrow{X_{k+1}}=\overrightarrow{X_k}-\alpha_k\left[\eta\left(\overrightarrow{X_k}\right)\right]\left\{\Delta f\left(\overrightarrow{X_k}\right)\right\}$$

Trong đó: $\eta\left(\overrightarrow{X_k}\right)$ là nghịch đảo của MT Hessian [H]

b. Phương pháp Broyden

$$\text{Với } \eta\left(\overrightarrow{X_{k+1}}\right)=\eta\left(\overrightarrow{X_k}\right)+\frac{\left[\Delta\overrightarrow{X_k}+\eta\left(\overrightarrow{X_k}\right)\overrightarrow{\Delta g_k}\right]\left[\Delta\overrightarrow{X_k}-\eta\left(\overrightarrow{X_k}\right)\overrightarrow{\Delta g_k}\right]}{\overrightarrow{\Delta g_k}}$$

c. Phương pháp Davidon - Fletcher-Powell (DEP)

Với $\eta^{k+1}=\eta^k+A^{(k)}-B^{(k)}$

$$A^{(k)}=\frac{\overrightarrow{\Delta x_k}.\overrightarrow{\Delta x_k^T}}{\overrightarrow{\Delta x_k^T}.\overrightarrow{\Delta g_k}}$$

$$B^{(k)}=\frac{\left[\eta^k\right]\overrightarrow{\Delta g_k}\left(\left[\eta^k\right]\left\{\overrightarrow{\Delta g_k}\right\}\right)^T}{\overrightarrow{\Delta g_k^T}\left[\eta^k\right]\overrightarrow{\Delta g_k}}$$

* Nhận xét:

- Các phương pháp trên chí khác nhau ở chỗ điều chỉnh hướng thông qua MT [η].

- Nếu gặp cực tiểu cục bộ, không thể ra khỏi mà phải xuất phát từ điểm khác. Do đó, khó tìm điểm cực trị tổng thể (tuyệt đối).

- Cũng còn những thuật toán khác sử dụng vectơ građien (ví dụ: thuật toán xoay hướng dần...)

2.5.3.4. Các phương pháp không dùng vectơ gradien:

- ***Phương pháp chia ô:***

Chia miền nghiệm thành ô, tính Z ứng với tọa độ các nút của mạng lưới và so sánh để rút ra $\hat{Z}$. Có thể chủ động tìm các nút lân cận $\hat{X}$ căn cứ những suy đoán thuộc kỹ năng để nhanh chóng tìm ra nghiệm tối ưu $\hat{X}$.

Phương pháp này cần nhiều thông tin và có tính chất máy móc, độ chính xác phục thuộc vào lưới chia, có ưu điểm tìm được vùng có nghiệm tối ưu tuyệt dồi, vì "quét" hết các nút chia trong vùng nghiệm.

- **Phương pháp Hook-Hessi:**

Nguyên lý là chuyển dịch dần theo từng biến số theo chiều hướng tốt (giảm dần hàm mục tiêu nếu bài toán tìm cực tiểu Z min!).

Cũng có thể bước liền theo hướng của tất cả các biến nếu thấy tốt. Trong bài toán tìm cực tiểu Z min!, các bước tiến hành như sau:

- Tìm kiếm 1 điểm lân cận vectơ $\overrightarrow{X_k}$ để có {$\tilde{X}_k$} sao cho f($\tilde{X}_k$)<f($\overrightarrow{X_k}$).

- Xác định bước tiếp theo bằng công thức:

$$\overrightarrow{X_{k+1}} = \overrightarrow{X_k} + \alpha_k\left(\left\{\tilde{X}_k\right\} - \tilde{X}_k\right)$$

2.5.4. Các bài toán quy hoạch phi tuyến có ràng buộc

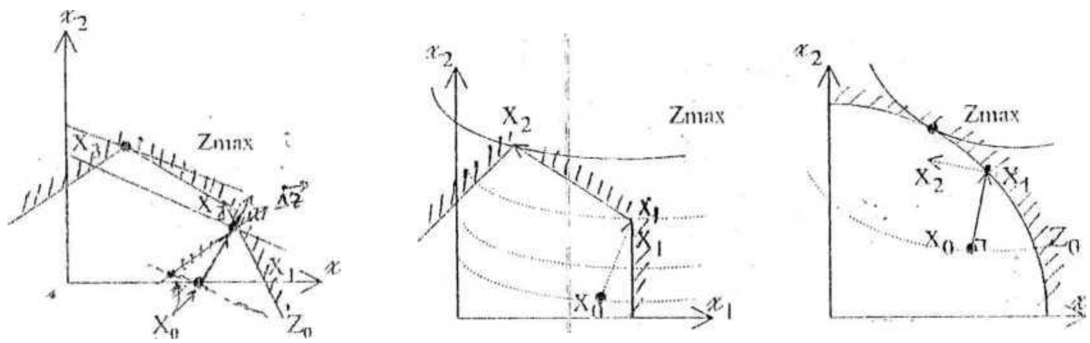
Mô hình toán: Min [Z = (x_i) |g_j (x_i){$\leq = \geq$ b_j]

2.5.4.1. Phương pháp gradien:

- Có thể áp dụng cho quy hoạch tuyến tính mà không dùng phương pháp đơn hình.

- Thực chất là xuất phát từ 1 điểm {X_0} = [$x_1^{(0)}$ .... $x_n^{(0)]}$ trong miền ràng buộc đi tới 1 điểm khác {X_1} theo hướng "dốc nhất" để nhanh chóng đi tới phương án tối ưu (hướng của vectơ $\overrightarrow{\Delta Z}$)

- Thường chọn điểm {X_1} nằm trên đường biên, sau đó men theo đường biến (đổi hướng, nếu không sẽ quá trớn) theo hướng thích hợp đến {X_2} vẫn nằm trong miền nghiệm .....



Hình 2.11.

2.5.4.2. Phương pháp cổ điển: Dùng thừa số Lagrange.

Gọi X là vectơ các nhân tử Lagrange.

Tổ chức lại 1 hàm mới, 2 loại biến $\vec{x}$ và $\vec{\lambda}$:

$$L\left(\overrightarrow{x_i};\overrightarrow{\lambda_j}\right) = f\,\overrightarrow{x_i} + \left\{\overrightarrow{\lambda_j}\right\}^T\left[b_j - g_j\left(\overrightarrow{x_i}\right)\right]$$

Điều kiện cần để tối ưu là:

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = \frac{\partial f}{\partial x_i} - \sum \lambda_j \frac{\partial g_j\left(\vec{x}\right)}{\partial x_i} = 0 \text{ và } \frac{\partial L}{\partial \lambda_j} = 0$$

2.5.4.3. Phương pháp tính toán bằng chuỗi Taylor:

Bước chuẩn bị:

- Tính các vectơ gradien: $\overrightarrow{\Delta Z}, \overrightarrow{\Delta g_i}$
- Chọn các điểm xuất phát bất kỳ (trong, ngoài) $\overrightarrow{\Delta X_0}$
- Thay vào có Z_0, g_{io}, $\overrightarrow{\Delta Z_0}, \overrightarrow{\Delta g_{j0}}$

Bước 1: Chuyển thành bài toán quy hoạch tuyến tính

- Sử dụng 2 số hạng đầu của chuỗi khai triển Taylor.
- Tìm cực trị của hàm mục tiêu: $Z = Z_0 + \left[\Delta Z_0\right]^T\left(\vec{X} - \overrightarrow{X_0}\right)$ với ràng buộc

$$\left(\overrightarrow{X_1}\right) = g_j\left(\overrightarrow{X_0}\right)Z_0 + \left[\Delta g_i\left(\overrightarrow{X_0}\right)\right]^T\left(\overrightarrow{X_1} - \overrightarrow{X_0}\right) \le 0$$

Bước 2: Dùng phương pháp gradien (hoặc đơn hình) để tìm phương án tối ưu $\{X_1\}$ và thay $\{X_1\}$ vào $\overrightarrow{X_0}, \overrightarrow{X_2}$ vào $\overrightarrow{X_1}$

Bước 3: Tiếp tục lặp cho đến kết quả 2 vòng cuối cùng bằng nhau.

Nhận xét:

- Phương pháp này không phải lúc nào cũng cho kết quả chính xác, phải chọn điểm xuất phát hợp lý.

- Chỉ hiệu lực khi phương án tối ưu xuất hiện tại giao điểm các đường ràng buộc.

- Có thể cải tiến → dùng phương pháp tuyến tính hóa từng đoạn. Thay đường cong bằng đường thẳng.

- Dùng các phương pháp khác (khử ràng buộc, chia ô, điểm ngẫu nhiên, phương pháp hàm phạt)

2.5.4.4. Phương pháp hàm phạt (Penalty):

-Mục đích cũng là đưa bài toán có ràng buộc phi tuyến về bài toán không ràng buộc.

Nội dung: Từ mô hình phi tuyến tổ chức lại 1 hàm khác gọi là “hàm phạt”. Φ gồm các biến $\vec{x}$ và 1 biến mới p thường là nhân tử của tổng bình phương các hàm ràng buộc $g_i\left(\vec{x}\right)$. P thường có mũ ±1.

- Nếu điều kiện ràng buộc là đẳng thức ta có thể có dạng sau:

$$\Phi\left(\vec{x}, p\right) = f\left(\vec{x}\right) + \frac{1}{p}\sum_{i=1}^{m} g_i^2\left(\vec{x}\right) \text{ (hàm phạt ngoài)}$$

số hạng sau của vế 2 là phần phạt đền ; m = số lượng các ràng buộc

g_i (i = 1÷ m)

- Nếu điều kiện ràng buộc là bất đẳng thức, ta thường dùng

$$\Phi\left(\vec{x}, p\right) = f\left(\vec{x}\right) + p\sum_{i=1}^{m} \frac{1}{g_i\left(\vec{x}\right)}$$

Hoặc $$\Phi(\vec{x}, p) = f(\vec{x}) - p\sum_{1}^{n} Ln[g_i(\vec{x})]$$

Hàm phạt có 2 loại: phạt trong và phạt ngoài

2.6. Quy hoạch hình học (GP)

Pôzinôm:

- Cho một số dương bất kỳ C

Các số thực α_j $(j = 1 \div n)$

Các biến dương x_j $(\vec{x} = [x_1x_2...x_n]^T$

Các hàm $U(\vec{x})$ được xác định bởi đẳng thức:

$$U(\vec{x})\ Cx_1^{\alpha_1}x_2^{\alpha_2}...x_n^{\alpha_n}$$

Gọi là Pôzinôm đơn thức

- Tổng hữu hạn các Pôzinôm đơn thức là 1 đa thức cũng gọi là Pozinôm $g(\vec{x})$

$$g(x) = \sum_{k=1}^{m} U_k(x) = \sum_{k=1}^{m} C_k x_1^{\alpha 1k} x_2^{\alpha 2k} ... x_n^{\alpha mk} = \sum_{k=1}^{m} C_k \prod_{j=1}^{n} x_l^{\alpha\, jk}$$

- Nhận xét: + Các hệ số C_k >

+ Mũ là số thực bất kỳ

+ Biến $\vec{x} > 0$, miền nghiệm có toạ độ dương.

II. BÀI TOÁN TỐI ƯU KẾT CẤU

2.7. Lập bài toán thiết kế tối ưu kết cấu

Bài toán thiết kế tối ưu kết cấu bao gồm các bài toán cơ học kết cấu kết hợp với nghiên cứu thực tế công trình trong phạm vi quy định của các tiêu chuẩn và quy trình thiết kế. Bài toán thiết kế tối ưu các kết cấu chủ yếu là những bài toán quy hoạch phi tuyến.

Hàm mục tiêu trong đó thường là:

- Cựu tiểu hóa các hàm về kích thước tiết diện
- Cực tiểu hóa các hàm về thể tích.

- Cực tiểu hóa các hàm về trọng lượng.
- Cực tiểu hóa giá thành toàn bộ kết cấu.

Trong các phương án có khả năng, tất nhiên phương án tối ưu theo bất kỳ một quan điểm nào đều là phương án có lợi nhất cho người thiết kế nhưng trong mọi quan điểm, hiệu quả kinh tế được đánh giá bằng giá thành xây dựng vẫn phải là tiêu chuẩn quan trọng nhất. Chính vì vậy, khi thiết kế tối ưu cho các kết cấu thép, việc cực tiểu hoá các hàm thể tích và trọng lượng cũng chính là làm giảm giá thành xây dựng.

Nghiên cứu cho 1 hệ kết cấu thép. Với một hệ kết cấu thanh gồm n phần tử với:

A_i, l_i, γ_i, C_i... là các tham số diện tích tiết diện, chiều dài, trọng lượng đơn vị, đơn giá, phần tử i. Ta có thể lập được các hàm mục tiêu:

$$\text{Min } Z \equiv V = \Sigma A_i l_i \tag{3.1}$$

(hoặc $\text{Min } Z \equiv P = \Sigma \gamma_i A_i l_i = \Sigma\, b_i l_i$) (3.2)

(hoặc $\text{Min } Z \equiv G = \Sigma C_i \gamma_i A_i l_i = \Sigma\, d_i l_i....$) (3.3)

Khi lập bài toán tối ưu ta phải chú ý:

- Nên phân loại các phần tử thành từng nhóm.

+ Nhóm các tiết diện A_k , chiều dài l_k bằng nhau $V = \sum_{k=1}^{t} A_k l_k$

+ Nhóm chịu lực đứng, nhóm thanh chéo, xà ngang.

- Đặc trưng hình, học có thể quy về các đặc trưng chung bằng cách quy đổi hoặc logarit hóa.

Ví dụ: Thép hình xây dựng:

$A = 0{,}78W^{2/3}$ → $\log A = 2/3 \log W + \log 0{,}78$

$A = 0{,}559I^{1/2}$ → $\log A = 1/2 \log I + \log 0{,}559$

$W = 0{,}607\ I^{3/4}$ $(W = 1{,}451\ A^{3/2};\ I = 3{,}3A^2)$

Vậy nếu là phần tử cột có thể quy ra phần tử xà với: $V = 0{,}559\ \Sigma I_i^{1/2} l_1$

Điều kiện ràng buộc. Có 2 loại:

- Dạng đẳng thức: + Các điều kiện về cân bằng lực.

+ Các điều kiện về biến dạng liên tục

- Dạng bất đẳng thức: + Các điều kiện về độ bền, độ ổn định

+ Các điều kiện về độ cứng (chuyển vị, võng, nứt)

+ Các điều kiện về chảy dẻo

Chẳng hạn như: $\sigma_i \leq R_1$ (về ứng suất)

$\delta_i \leq \Delta_i$ (về độ võng, chuyển vị)

$K\delta = F$ (điều kiện cân bằng)

2.8. Thiết kế tối ưu hệ thanh

Để thuận lợi cho việc xây dựng bài toan thiết kế tối ưu, ta có thể dùng các phương pháp số để phân tích kết cấu, mà trước hết là phương pháp phần tử hữu hạn theo mô hình tương thích. Mục đích cuối cùng của quy trình thiết kế là chọn diện tích các thanh sao cho thoả mãn các điều kiện ràng buộc (yêu cầu) về ứng suất, chuyển vị, cấu tạo .... và đạt được mục tiêu nào đó về kinh tế.

- Hàm mục tiêu: Để có giá thành vật liệu nhỏ nhất cần phải cực tiểu hoá hàm mục tiêu sau: Xét 1 kết cấu hệ thanh gồm n phần tử, thanh i có chiều dài li, diện tích tiết diện Fi, thể tích là Vi = Fili, trọng lượng đơn vị thể tích γi.

Tổng thể tích kết cấu: V = $\sum V_i = \sum_{i=1}^{n} Fili$

Tổng khối lượng kết cấu:

Tổng giá thành vật liệu: G = ΣCiγiFili

Nói chung, giá thành vật liệu chỉ là chỉ tiêu thiết kế quan trọng cho nên thường được lấy làm hàm mục tiêu. Vì vậy để đạt được hiệu quả kinh tế, ta thường chia riêng các nhóm phần tử. Các nhóm phần tử có thể có tiết diện như nhau, các thanh chéo cùng loại tiết diện.

Đồng thời sử dụng ngay kết quả về xác lập ma trận độ cứng của phần tử và lắp ghép các phần tử trong kết cấu tổng thể làm cơ sở phân tích kết cấu. Ngoài ra cần xây dựng bổ sung một số ma trận và vectơ đặc trưng để sử dụng dễ dàng trong quá trình lập các điều kiện ràng buộc. Ta có thể dùng một số ma trận và các hệ thức của phương pháp phần tử hữu hạn như:

$\vec{\delta}$: Vectơ chuyển vị nút $\phi = L\vec{\delta}$ $\vec{\varepsilon} = [V]\phi$

$\vec{\varepsilon}$: Vectơ biến dạng tổng quát $\vec{\varepsilon} = B\vec{\delta}$

$\vec{\sigma}$: Vectơ ứng lực tổng quát $\vec{\sigma} = D\vec{\varepsilon} = DB\vec{\delta} = S\vec{\delta}$

$\vec{F}$: Vectơ ứng lực nút $\vec{F} = K\vec{\delta}$

K: Ma trận độ cứng phần tử K = $\int B^T DBdv$

D: Ma trận độ cứng vật liệu

T: Ma trận chuyển trục

- Xây dựng thêm các ma trận và vectơ trung gian khác:

* Ma trận liên hệ giữa vectơ nội lực và biến dạng tuyệt đối:

Ví dụ: Thanh khớp thứ i có hai nút 1 và 2:

$N_i = \frac{A_i E_i}{l_i}\Delta l_i$ hoặc σ

Vậy i = 1 ÷ n ta có n phần tử độc lập tuyến tính:

$$\vec{N} = \left\lfloor \frac{A_1E_1}{l_1}\;\frac{A_2E_2}{l_2}....\frac{A_nE_n}{l_n} \right\rfloor \overrightarrow{\Delta l} = \lfloor k_i \rfloor \Delta l$$

$$\{N\} \equiv \begin{bmatrix} \frac{A_1E_1}{l_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{A_2E_2}{l_2} & 0 \\ 0 & 0 & ... \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta l_1 \\ \Delta l_2 \\ .... \end{Bmatrix} = \left\lfloor \frac{A_1E_1}{l_1}\;\frac{A_2E_2}{l_2}...\frac{A_nE_n}{l_n} \right\rfloor \overrightarrow{\Delta l} = [k]\{\Delta l\}$$

* Ma trận liên hệ giữa biến dạng tuyệt đối $\overrightarrow{\Delta l_i}$ và chuyển vị nút $\vec{\delta}$

+ Mặt phẳng: $\Delta l = \delta_2 - \delta_1 = [-\cos\alpha \;\; -\sin\alpha \;\;\; \cos\alpha \;\;\; \sin\alpha] \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \end{Bmatrix}$

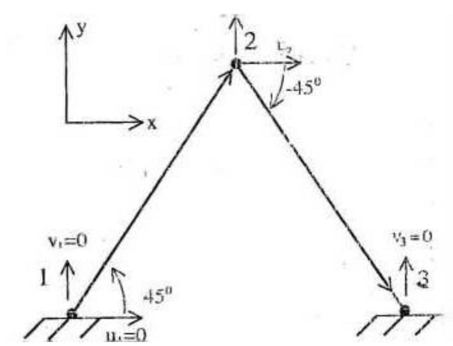
+ Không gian: $\Delta l = [-\cos\alpha \ \ -\cos\beta \ \ -\cos\gamma \ \ \sin\alpha \ \ \sin\beta \ \ \sin\gamma] \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ \dots \\ w_2 \end{Bmatrix}$

Tập hợp lại trong 1 phương trình ma trận: (có n thanh, m chuyển vị nút)

$$\overrightarrow{\Delta l} = \begin{Bmatrix} \Delta l_1 \\ \Delta l_2 \\ \\ \Delta l_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos\alpha_1 & -\sin\alpha_1 & \dots \cos\alpha_i & \sin\alpha_1 \\ & h & & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1^{(1)} \\ v_1^{(1)} \\ \dots \\ u_2^{(1)} \\ v_2^{(1)} \\ \dots \end{Bmatrix}$$

n x 1 nxm mx1

Ví dụ:



Hình 2.12.

$$\overrightarrow{\Delta l} \equiv \begin{Bmatrix} \Delta l_1 \\ \Delta l_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 = 0 \\ v_1 = 0 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 = 0 \\ v_3 = 0 \end{Bmatrix}$$

Rút gọn:

$$\{\Delta l\} = \frac{\sqrt{2}}{2}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} u_2 \\ v_2 \end{Bmatrix} \equiv [h]\{\delta\}$$

Vậy ta rút ra: $\vec{N} = \lfloor k \rfloor \vec{\Delta l} = \lfloor k \rfloor h\vec{\delta}$

Nếu $\vec{F}$ = vectơ tải ở nút theo các hướng tương ứng với $\vec{\delta}$

$\vec{F}$ = K$\vec{\delta}$

Có thể dùng ngay [K] trong PTHH

2.9. Thiết kế tối ưu hệ khung

Thiết kế tối ưu hệ thanh chịu lực dọc trục, ở đây các biểu thức và đẳng thức trong phương pháp phần tử hữu hạn cũng vẫn sử dụng thuận lợi, như ma trận [k], [S] .... (cần chú ý quy ước dấu). Tuy nhiên, để dễ dàng lập các điều kiện ràng buộc cũng cần bổ sung thêm 1 số ma trận và vectơ đặc trưng.

* Ma trận biến đổi chuyển vị [h]: từ quan hệ hình học, các chuyển vị trong toạ độ địa phương u, v, θ được biểu thị theo chuyển vị trong toạ độ chung, u', v', θ' (như hình vẽ trục toạ độ)

Đối với một phần tử bất kỳ ta sẽ có:

$u_1 = u'_1\cos\alpha + v'_1\sin\alpha$

$u_2 = u'_2\cos\alpha + v'_2\sin\alpha$...

Từ đó, ta có hệ thức giữa biến dạng dọc trục:

$$\Delta u = u_2 - u_1 = [-\cos\alpha \quad -\sin\alpha \quad \cos\alpha \quad \sin\alpha]\begin{Bmatrix} u'_1 \\ v'_1 \\ u'_2 \\ v'_2 \end{Bmatrix}$$

Cũng twong tự đối với v và θ (θ được bảo toàn trong phép chuyển trục)

Cuối cùng:

$$\{\Delta\} \equiv \begin{Bmatrix} \Delta u \\ \Delta v \\ \Delta\theta \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} -\cos\alpha & -\sin\alpha & 0 & \ldots & \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ \sin\alpha & -\cos\alpha & 0 & \ldots & -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \ldots & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} u'_1 \\ v'_1 \\ \theta'_1 \\ \ldots \\ u'_2 \\ v'_2 \\ \theta'_2 \end{Bmatrix} = [h]\{\delta'\}$$

* Ma trận độ cứng toàn bộ: sử dụng các công thức trong phương pháp phần tử hữu hạn viết theo toạ độ chung {F'} = [K].{δ'}

[K'] = Ma trận độ cứng của toàn kết cấu trong toạ độ chung.

- Điều kiện ràng buộc:

+ Về độ bền: $\frac{N}{A} + \frac{M_1(M_2)}{W} \leq R$

+ Về độ cứng: {δ'} ≤ {Δ}

+ Về điều kiện cân bằng: [K'] {δ'} = {F'}

- Xử lý các biến âm: Về nguyên tắc cũng tương tự hệ thanh chịu lực dọc trục. Riêng chuyển vị xoay θ, cần đưa vào biến mới λ > 0 sao cho θ = λ - φ

Trong đó: φ = góc xoay cho phép

Điều kiện về độ cứng: |θ| < φ. Tức là -φ ≤ θ ≤ φ

Vậy: -φ ≤ λ - φ ≤ φ ⇒ 0 ≤ λ ≤ 2φ

Nếu khẳng định θ < 0 ta phải có: -φ ≤ θ ≤ 0

Vậy -φ ≤ λ - φ ≤ 0 ⇒ 0 ≤ λ ≤ φ

* Nhận xét:

Để xác định nội lực trong các phần tử trong hệ khung, chủ yếu chịu Mômen uốn ở 2 đầu, cho nên có thể giảm kích thước của các vectơ vào ma trận đặc trưng, đồng thời tách các vectơ mômen và chuyển vị xoay tương ứng với hai đầu của phần tử.

Vậy, nếu bỏ qua ảnh hưởng của vectơ biến dạng dọc $\overrightarrow{\Delta u}$ trong các phần tử, cấu trúc các vectơ vào ma trận sẽ như sau (đơn vị 1 phần tử):

Vectơ nội lực: $\{N\} = [Q \quad M_1 \quad M_2]^T$

Vectơ biến dạng: $\{\Delta\} = \{\Delta v \quad \theta_1 \quad \theta_2]^T$

Vectơ chuyển nút: $\{\delta_1\} = [u_1 \quad v_1 \quad \theta_1\ ]$; $\{\delta_1\} = [u_2 \quad v_2 \quad \theta_2\ ]^T$

Vectơ tải nút: $\{F\} = [F_{xl} \quad F_{Y1} \quad F_{ZI} \quad F_{X2} \quad F_{Y2} \; F_{Z2}\ ]^T$

Trong toạ độ chung và sau khi lắp ghép các phần tử và xét luôn các điều kiện biên, ta sẽ có ma trận và vectơ ở dạng rút gọn:

Ví dụ: Tính thể tích cực tiểu của 1 khu cho trên hình vẽ với các số liệu cho trước: L = 1m, P = 2KN, $\alpha = 30^0$

Khống chế: Chuyển vị đứng tại C: 4,8mm

Chuyển vị ngang tại B, D: 2,78mm

Ứng suất trong các phần tử $\leq$ 0,15 KN/mm^2

- Hàm mục tiêu: (2 biến I1, I2) $\leftrightarrow$ (xét 1/2 khung)

$$V = 0{,}559\sum_{i=1}^{2} L_i I_i^{1/2} \rightarrow \text{min! tương ứng với}$$

$$V = I_1^{1/2} + I_2^{1/2} \rightarrow \text{min!}$$

- Tính [h]: Nhận xét: $u'_1 = v'_2 tg\alpha_2$

và bỏ qua ảnh hưởng lực dọc.

$$\begin{vmatrix} \Delta v \\ \theta_1 \\ \theta_2 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\alpha & 0 & \cos\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u'_1 \\ v'_1 = 0 \\ \theta'_1 \\ h'_2 = 0 \\ v'_2 \\ \theta'_2 = 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \Delta v \\ \theta_1 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\alpha_2 & 0 & \cos\alpha_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} u'_1 \\ \theta'_1 \\ v'_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\alpha_2 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v'_2 \\ \theta'_1 \end{Bmatrix}$$

Vậy:

$$\{\Delta\} = [h]\begin{Bmatrix} v_2 \\ \theta_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -tg\alpha_2 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ \sec\alpha_2 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} v_2 \\ \theta_1 \end{Bmatrix}$$

- Tính [k]: Nhận xét chỉ để lại các số hạng liên quan:

$$k = \begin{bmatrix} b_1 & d_1 & d_1 & 0 & 0 & 0 \\ & e_1 & f_1 & 0 & 0 & 0 \\ & & e_1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & b_2 & d_2 & d_2 \\ & & & & e_2 & f_2 \\ & & & & & e_2 \end{bmatrix}$$

$$[k][h] = \begin{bmatrix} -b_1 tg\alpha_2 & d_1 \\ -d_1 tg\alpha_2 & e_1 \\ -d_1 tg\alpha_2 & f_1 \\ b_2 \sec\alpha_2 & d_2 \\ d_2 \sec\alpha_2 & e_2 \\ d_2 \sec\alpha_2 & f_2 \end{bmatrix}$$

- Tính nội lực (mômen):

$$\{N\} = \begin{bmatrix} M_{11} \\ M_{21} \\ M_{12} \\ M_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -d_1 tg\alpha_2 & f_1 \\ -d_1 tg\alpha_2 & e_1 \\ d_2 \sec\alpha_2 & f_2 \\ d_2 \sec\alpha_2 & e_2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} v_2 \\ \theta_1 \end{Bmatrix}$$

* Ma trận độ cứng kết cấu [K]

$$[K'] = h^T kh = \begin{bmatrix} b_1^2 tg^2\alpha_2 & -d_1 tg\alpha_2 + d_2 \sec\alpha_2 \\ (dx) & e_1 + e_2 \end{bmatrix}$$

- Điều kiện ràng buộc:

+ Bền: Giải phương trình:

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} -1 \\ 0 \end{Bmatrix} = [K]\begin{Bmatrix} v_2 \\ \theta_1 \end{Bmatrix}$$

Thay vào công thức "sức bền vật liệu":

Tại C: $\dfrac{2886.U_2^{0,25}\left(5I_1 + 2I_2\right)}{I_2^2 + 32I_1I_2 + 4I_2^2} \leq 0{,}15$

Tại B và A tương tự:

+ Cứng: $v_2 \leq 4{,}8$; $u_1 = v_2 tg\alpha_2 = \dfrac{v_2}{\sqrt{3}} \leq 2{,}78$mm

$\rightarrow v_2 \leq 2{,}78\sqrt{3} = 4{,}8$mm

Hai điều kiện là 1

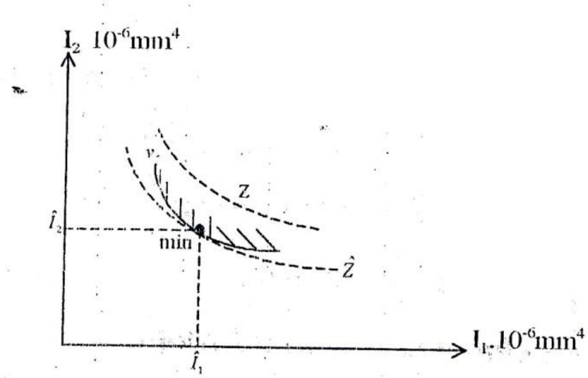
$v_2 = \dfrac{4832000\left(I_1 + I_2\right)}{I_1^2 + 32I_1I_2 + 4I_2^2} \leq 4{,}8mm$

Giải bài toán quy hoạch phi tuyến trên bằng phương pháp đồ thị:

Có: $\hat{I}_1 = 0{,}045.10^6 mm^4$

$\hat{I}_2 = 0{,}060.10^6 mm^4$

$Z_{min} = 457{,}5$



Hình 3.3.

2.10. Tối ưu hoá kết cấu giai đoạn dẻo

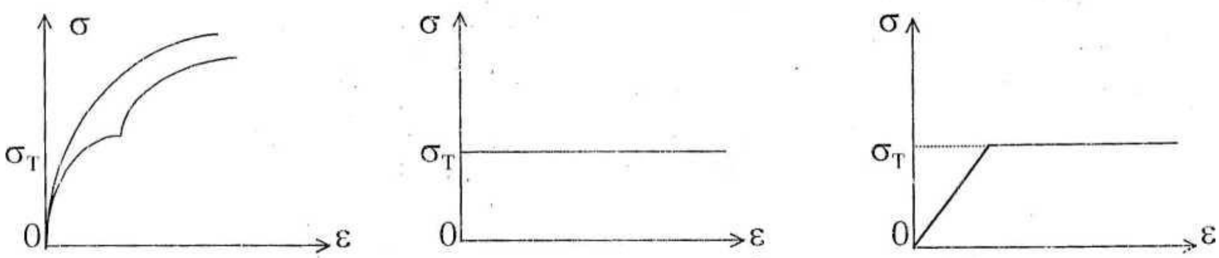
Khi thanh dầm trong kết cấu chịu mô men uốn tới giai đoạn chảy dẻo của vật liệu, các khớp dẻo sẽ hình thành tại một số tiết diện tới hạn (trong kết cấu thép tiền chế có các thanh tiết diện thay đổi thì các tiết diện tới hạn sẽ khác nhau). Tại các khớp dẻo đó, xuất hiện mô men dẻo với giá trị không đổi và bằng:

$M_d = \sigma_T.W_d$

σ_T: giới hạn chảy của vật liệu

W_d: môđun chống uốn dẻo của tiết diện

Từ kết quả thí nghiệm vật liệu thực tế, ta thường dùng 2 sơ đồ lý tưởng hoá cho giai đoạn chảy dẻo của vật liệu.



Vật liệu dẻo lý tưởng Vật liệu đàn dẻo

Hình 2.13. Sơ đồ giai đoạn chảy dẻo của vật liệu

Trong đó sơ đồ vật liệu dẻo lý tưởng được sử dụng nhiều hơn vì lý do tính toán giản đơn hơn (bỏ qua biến dạng đàn hồi)

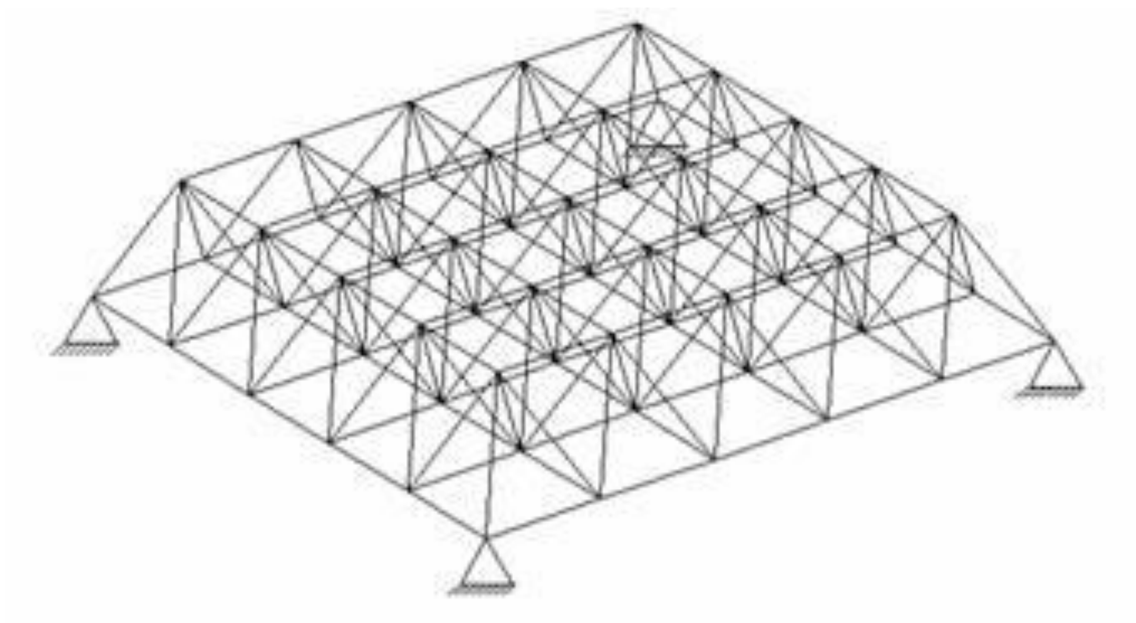
Từ công thức: $M_d = \sigma_T .W_d$

biết được W_d ta suy ra M_d và ngược lại

Kết cấu sẽ thiếu dần liên kết, trở thành kết cấu biến hình và bị phá hoại theo một cơ cấu nhất định, tuỳ thuộc M_d và tải trọng tác dụng. Đối với khung một nhịp có thể hình thành cơ cấu phá hoại do hình thành khớp dẻo tại đầu dầm, đầu cột, chân cột, những chỗ có tiết diện thay đổi hoặc có |M| max.

2.11. Tối ưu hoá kết cấu dàn thép tiết diện ống

Kết cấu dàn thép hiện nay đang được ứng dụng rộng rãi trong nhiều lĩnh vực khác nhau như công trình dân dụng, công nghiệp, giao thông, thể thao v.v...



Hình 2.14. Mô hình dàn thép

Các thông số hình học kết cấu

nemax: số lượng các thanh trong kết cấu dàn thép tiết diện ống;

njoint: số lượng các nút trong kết cấu dàn thép;

Ri , r_i (i= 1:nemax) lần lượt là bán kính trong và bán kính ngoài tiết diện của thanh thứ 1;

X_i : diện tích tiết diện ngang của thanh dàn thứ i;

Cường độ tính toán chịu kéo, nén của thép: R, môđun đàn hồi: E, môđun chịu cắt của vật liệu: G.

Chọn hình dáng tiết diện ngang thanh dàn

Chọn hình dáng tiết diện ngang thanh dàn dạng tiết diện của ống thép. Để cho việc tự động hóa thiết kế tối ưu được dễ dàng hơn, ta gắn:

$r_i = \gamma R_i$(i=1:nemax); với γ là hằng số cho trước. Lúc này ta có:

- Diện tích tiết diện thanh thứ i:

$X_i = \pi(R_i^2 - r_i^2) = \pi R_i^2(1-\gamma^2)$

$$\Rightarrow R_i = \sqrt{\frac{X_i}{\pi(1-\gamma^2)}}$$

- Mômen quán tính tiết diện thanh thứ *i:* $l_{xi} = l_{yi} = l_i = \frac{1}{4}\pi(R_i^4 - r_i^4) = \frac{1}{4}\pi R_i^4(1-\gamma^4)$

- Bán kính quán tính tiết diện thanh thứ i:

$$i_{xi} = i_{yi} = i_i = \sqrt{\frac{l_i}{X_i}} = \sqrt{\frac{\pi R_i^4(1-\gamma^4)}{\pi R_i^2(1-\gamma^2)}} = \frac{1}{2}R_i\sqrt{1+\gamma^2}$$

Xác định các biến thiết kế và hàm mục tiêu

Xác định các biến thiết kế

Biến thiết kế tối ưu là các giá trị tương ứng của các diện tích tiết diện thanh dàn.

$\{X\} = \{X_i\}$(i= 1: nemax).

Xác định hàm mục tiêu

Ở đây, ta chọn hàm mục tiêu là giá trị nhỏ nhất của trọng lượng kết cấu vì ρ là không đổi cho trước, nên hàm mục tiêu thu gọn sẽ là: Min Z = min $\left(\sum_{i=1}^{ne\max} L_i X_i\right)$

Nhận xét:hàm mục tiêu thu gọn MinZ = min$\left(\sum_{i=1}^{ne\max} L_i X_i\right)$là hàm tuyến tính theo các biến thiết kế X_i.

Các ràng buộc cho bài toán thiết kế tối ưu

Ràng buộc về ứng suất được viết tổng quát dưới dạng đại số

Để mang tính tổng quát về mặt đại số ta có thể viết ràng buộc ứng suất dưới dạng:

$$\begin{cases} g_i^1(\{X_i\}) = \sigma_i(\{X_i\}) \le [\sigma] = R\gamma_{iv} = value\_cp_i^1 \\ g_i^2(\{X_i\}) = -\sigma_i(\{X_i\}) \le [\sigma] = R_{iv} = value\_cp_i^2 \\ \forall i = 1 : ne\max \end{cases}$$

Với σ_i ($\{X_i\}$) là ứng suất của thanh thứ i phụ thuộc vào các biến thiết kế X_i . ta thấy g_i^1 ($\{X_i\}$),

g_i^2 ($\{X_i\}$) là các hàm phi tuyến theo các biến thiết kế X_i.

Ràng buộc về ổn định theo công thứcEuler

- Ứng suất trong thanh dàn thứ i: σ_i ($\{X_i\}$)

- Ứng suất tới hạn theo công thức Euler:

$$\sigma_i^{th}(\{X_i\}) = \frac{\pi^2 El_i}{L_{0i}^2 X_i} = \frac{\pi^2 Ei_i^2}{L_{0i}^2}$$

- Điều kiện ổn định Euler áp dụng cho thanh chịu nén, về mặt đại số ta có thể viết:

$$\begin{cases} g_i^3(\{X_i\}) = -\sigma_i(\{X_i\}) - \dfrac{\pi E(1+\gamma^2)}{4L_{0i}^2(1-\gamma^2)} X_i \leq 0 = \\ = value\_cp_i^3, \\ (i = 1 : ne\max) \end{cases}$$

Nhận xét:

g ({X_i}) là hàm phi tuyến theo các biến thiết kế X_i , vì σ_i ({X_i}) hàm phi tuyến theo các biến thiết kế X_i.

CHƯƠNG 3

PHƯƠNG PHÁP MỚI NGHIÊN CỨU TỐI ƯU THỂ TÍCH DÀN

Tối ưu vật liệu bao giờ cũng là mục tiêu của người kỹ sư thiết kế công trình. Với sự phát triển của lý thuyết quy hoạch toán học, phương pháp tối ưu đã được ứng dụng trong nhiều lĩnh vực khoa học và kỹ thuật nhằm mang lại hiệu quả kinh tế cao nhất.

Trong chương này tác giả giới thiệu một phương pháp mới “Phương pháp tính toán tối ưu kết cấu khi sử dụng nội lực làm ẩn”. Với việc dùng ẩn là nội lực (ứng suất) rất thuận tiện khi xây dựng bài toán đàn hồi cũng như xây dựng bài toán tối ưu.

3.1. Các phương pháp nghiên cứu tối ưu hiện nay.

Lagrange là người đặt nền móng đầu tiên cho việc nghiên cứu tối ưu hóa kết cấu thông qua bài toán thiết kế tối ưu cột chịu nén, 1820 [ ]. Đó là bài toán tìm hình dạng tối ưu của cột khi chịu lực nén dọc trục. Lý thuyết tối ưu công trình bắt đầu phát triển vào năm 1904, với công trình nghiên cứu về tối ưu hóa kết cấu của Michell “The limits of economic of material in frame”. Nhưng mãi đến năm 1956 Prager mới giải thích rõ công trình nghiên cứu của Michell và gọi đó là Lý thuyết dàn của Michell. Bài toán đặt ra như sau: “Cho một điểm đặt tải trọng trong không gian và cho hai gối tựa. Tìm kết cấu tiết kiệm vật liệu nhất để truyền tải trọng từ điểm đặt tải về hai gối tựa đã cho. Đó là một hệ vô số các thanh cong “Bài toán như vậy là bài toán tối ưu kết cấu dàn”, [4, 5, 6]. Tuy nhiên, lý thuyết tối ưu công trình chỉ phát triển mạnh mẽ trong 30 năm trở lại đây khi xuất hiện nhiều phương pháp toán học tối ưu.

Nếu như trước năm 1980 thì phương pháp nghiên cứu tối ưu chỉ dựa vào phương pháp quy hoạch tuyến tính (hàm mục tiêu và các hàm ràng buộc là các phương trình hoặc bất phương trình tuyến tính) mà thành tựu quan trọng nhất là phương pháp diễn hình (Simplex method). Nhờ sự xuất hiện của các phương pháp điểm trong “internal point method”, nó cho phép giải bài toán có kích thước lớn. Đó là đặc điểm của bài toán tối ưu công trình. Ngoài ra còn có phương pháp di động tiệm cận (MMA) và các thuật toán giải từng bước (lấy nghiệm trước tìm nghiệm sau tốt hơn). Cũng từ đó xuất hiện mô hình tối ưu mới gọi là mô hình vật thể đẳng hướng với hàm phạt việt liệu, SIMP (Solid insotropic of material penanty). Theo lý thuyết này thì môđun đàn hồi của vật liệu:

$$E = E_0\left(\rho^p\right)$$

Trong đó: (ρ^p) là hàm phạt đối với môđun đàn hồi của vật liệu; ρ là khối lượng đơn vị (0<ρ<1); p = (2÷5) tùy thuộc vào hệ số poát xông.

Với mô hình SIMP ta có thể xây dựng các bài toán tối ưu công trình khác nhau và cho phép chọn các phương pháp giải (phương pháp tối ưu – thuật toán tối ưu) thích hợp. Một đặc điểm của phương pháp này là sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn, nghĩa là sử dụng chuyển vị để làm ẩn khi giải bài toán. Như đã biết phương pháp phần tử hữu hạn là phương pháp được sử dụng hết sức rộng rãi trong tính toán công trình và do đó nó được sử dụng để giải bài toán tối ưu công trình là lẽ đương nhiên. Tuy nhiên, với việc dùng ẩn là nội lực mà tác giả dùng dưới đây sẽ cho kết quả tốt vì nó thỏa mãn trực tiếp được phương trình cân bằng.

3.2. Xây dựng bài toán thiết kế tối ưu thể tích dàn dựa trên nội lực N.

Nguyên lý chung: tìm thế năng biến dạng cực tiểu và các ràng buộc là các phương tình cân bằng tại các nút có chuyển vị.

Gọi ứng suất trong các thanh là Si, diện tích tiết diện các thanh là Fi.

Năng lượng biến dạng:

$$Z = \sum_{i=1}^{n} \frac{S_i^2}{2E} l_i F_i \rightarrow Min \qquad (4.1a)$$

Hàm mục tiêu:

$$Z = \sum_{i=1}^{n} \frac{S_i^2}{2E} l_i F_i + \sum_{i=1}^{n} l_i F_i \rightarrow Min \qquad (4.1b)$$

Các ràng buộc là phương trình cân bằng tại các nút có chuyển vị theo hai phương (x, y), đó là các phương trình phi tuyến.

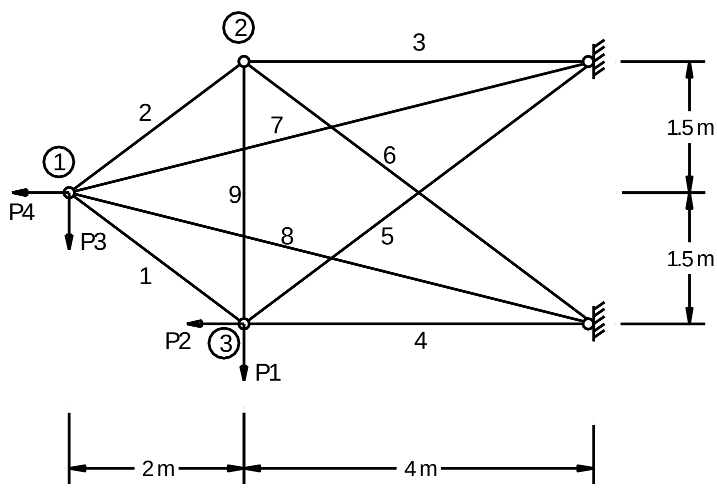
Ngoài các ràng buộc là các phương trình cân bằng tại các nút có chuyển vị theo hai phương x, y thì trong thực tính toán còn yêu cầu đảm bảo các điều kiện cho phép về chuyển vị, ứng suất, điều kiện về ổn định v.v...tùy thuộc vào yêu cầu của từng bài mà ta đưa thêm các điều kiện ràng buộc tương ứng.

Bài toán (4.1b) là bài toán tối ưu thông số, các S_i là các thông số vì S_i là các ẩn (là ứng suất do lực dọc trong các thanh gây ra chứ không phải hàm), vì vậy ta có thể dùng các chương trình tối ưu của MatLab để giải. Ở đây ta dùng hàm F_{mincon} để giải bài toán tối ưu có hàm mục tiêu là phi tuyến, ràng buộc là bất đẳng thức tuyến tính và phi tuyến, cũng như phương trình cân bằng tuyến tính hoặc phi tuyến.

3.3. Ví dụ tính toán thiết kế tối ưu thể tích dàn.

Ví dụ 3.3.1: Bài toán tối ưu dàn chín thanh:

Cho kết cấu dàn chịu lực P_1=400; P_2=300; P_3=400; P_4=200 KN, như hình 1, Mô đun đàn hồi của vật liệu E=210.000 KN/cm^2, ứng suất cho phép [S]=10 KN/cm^2. Yêu cầu thiết kế tối ưu thể tích cho dàn.



Hình 31. Dàn chín thanh

Gọi EF là độ cứng kéo nén của các thanh dàn. Khi dùng ẩn là lực dọc N thì sử dụng nguyên lý thế năng biến dạng đàn hồi tối thiểu ta có:

Thế năng biến dạng:

$$Z = \sum_{i=1}^{9} \frac{N_i^2}{2EF_i} l_i = \sum_{i=1}^{9} \frac{(S_i F_i)^2}{2EF_i} l_i = \sum_{i=1}^{9} \frac{S_i^2}{2E} l_i F_i \to Min \quad (4.2a)$$

Hàm mục tiêu:

$$Z = \sum_{i=1}^{9} \frac{S_i^2}{2E} l_i F_i + \sum_{i=1}^{9} l_i F_i \to Min \quad (4.2b)$$

Với các điều kiện ràng buộc:

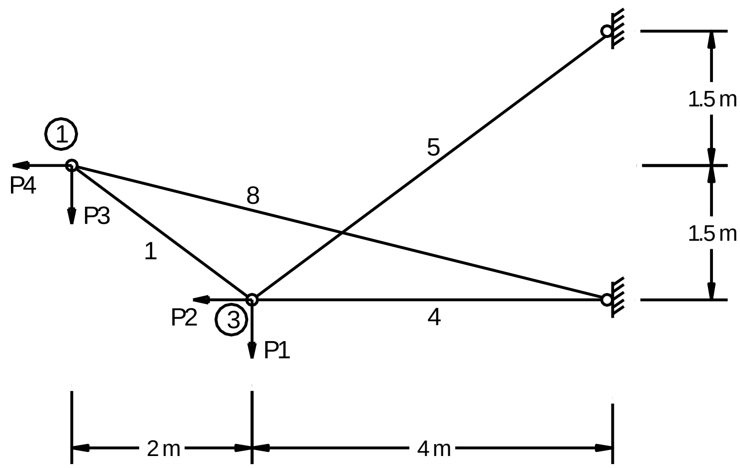
$$\left.\begin{array}{l} -[S] \le S_i \le [S] \\ F_i \ge 0 \end{array}\right\} \quad (4.2c)$$

Và các ràng buộc là phương trình cân bằng tại các nút 1, 2 và 3 theo hai phương x, y, đó là 6 phương trình phi tuyến, vì S_i và F_i chưa biết.

Bảng 1: ứng suất, diện tích và lực tối ưu trong các thanh dàn:

Th dàn (i)	Ứng suất (S_i)	Diện tích (F_i)	Lực dọc $N_i=S_i F_i$
1	-0.0100	0.0562	-0.562
2	0.0037	0.0000	0.000
3	0.0100	0.0000	0.000
4	-0.0100	0.1733	-1.733
5	0.0100	0.1229	1.229
6	-0.0093	0.0000	-0.000
7	-0.0100	0.0000	-0.000
8	0.0100	0.0258	0.257
9	0.0015	-0.000	-0.000

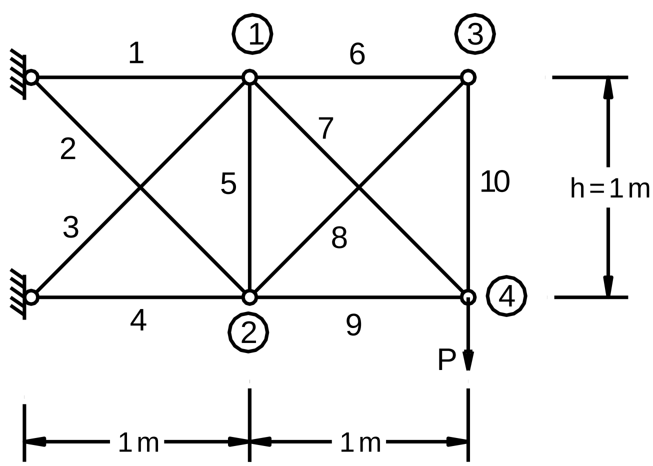
Nhận xét: Sau khi tối ưu, nội lực trong các thanh dàn 2, 3, 6, 7 và 9 bằng không, dựa vào cấu tạo hình học của dàn ta có thể loại các thanh trên khỏi dàn. Vậy dàn sau tối ưu chỉ còn lại các thanh 1, 4, 5 và 8, như hình 2. Thể tích tối ưu của các thanh dàn là V_{min}=160.790 cm^3.



Hình 3.2. Dàn chín thanh sau khi tối ưu

Ví dụ 3.3.2. Bài toán tối ưu dàn mười thanh:

Cho kết cấu dàn chịu lực như hình 3, dàn gồm 10 thanh có độ cứng EF=const. Yêu cầu thiết kế tối ưu cho dàn.



Hình 3.3. Dàn mười thanh

Gọi EF là độ cứng kéo nén của các thanh dàn. Khi dùng ẩn là lực dọc N thì sử dụng nguyên lý thế năng biến dạng đàn hồi tối thiểu ta có:

Năng lượng biến dạng:

$$Z = \sum_{i=1}^{10} \frac{S_i^2}{2E} l_i F_i \rightarrow Min \qquad (4.3a)$$

Hàm mục tiêu:

$$Z = \sum_{i=1}^{10} \frac{S_i^2}{2E} l_i F_i + \sum_{i=1}^{10} l_i F_i \rightarrow Min \tag{4.3b}$$

Với các điều kiện ràng buộc:

$$\left.\begin{array}{l} -[S] \le S_i \le [S] \\ F_i \ge 0 \end{array}\right\} \tag{4.3c}$$

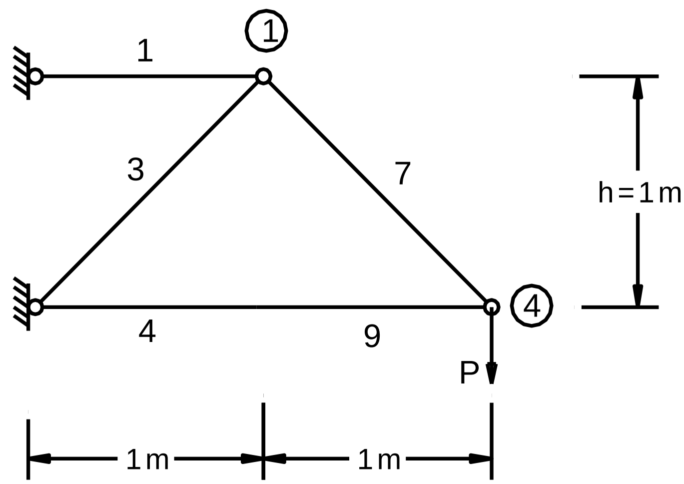
Và các ràng buộc là phương trình cân bằng tại các nút 1, 2, 3 và 4 theo hai phương x, y, đó là 8 phương trình phi tuyến, vì S_i và F_i chưa biết.

Bảng 2: lực dọc và diện tích tối ưu trong các thanh dàn:

Thanh dàn (i)	Lực dọc N_i	Diện tích (F_i)
1	1.3333	0.1429
2	-0.0000	-0.0000
3	-0.9428	0.2678
4	-0.6667	0.0753
5	-0.0000	0.0000
6	0.0000	0.0000
7	0.9428	1.0000
8	-0.0000	0.0000
9	-0.6667	0.2580
10	0.0000	0.0000

Lưu ý: Diện tích (đã quy về tương đối), diện tích lớn nhất lấy =1.

Nhận xét: Sau khi tối ưu, nội lực trong các thanh dàn 2, 5, 6, 8 và 10 bằng không, dựa vào cấu tạo hình học của dàn ta có thể loại các thanh trên khỏi dàn. Vậy dàn sau tối ưu chỉ còn lại các thanh 1, 3, 4, 7 và 9, như hình 4. Thể tích tối ưu của các thanh dàn tiết kiệm tới 75% so với thể tích ban đầu. Cách làm này đưa khớp 2 về không khớp.



Hình 3.4. Dàn mười thanh sau khi tối ưu

KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ

Kết luận

Tác giả đã xây dựng được phương pháp để nghiên cứu tối ưu thể tích dàn dựa trên nội lực N. Cách đặt bài toán tối ưu kết cấu dàn đơn giản và nhận được kết quả chính xác.

Phương pháp tính tối ưu thể tích dàn trong luận văn, có thể dùng để tính cho các dàn khác nhau, trong trường hợp EF từng thanh trong dàn không thay đổi, như vậy dùng lực dọc N của từng thanh đó để tối ưu và cách chọn thanh nào cần tối ưu tùy thuộc vào kiến trúc sư, tạo điều kiện cho người kiến trúc sư thiết kế dàn vừa tiết kiệm vật liệu vừa đáp ứng được yêu cầu kiến trúc.

Phương pháp tính tối ưu của dàn sử dụng trong luận văn là mới, không có trong các tài liệu cơ học mà tác giả đã biết.

Kiến nghị

Đây là một phương pháp mới và đúng nên có thể dùng nó như một công cụ phục vụ công tác giảng dạy và học tập. Dùng phương pháp đã xây dựng ở trên để nghiên cứu tối ưu cho các kết cấu khác như dàn, khung, tấm, vỏ vv...

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Hà Huy Cương (2005), Phương pháp nguyên lý cực trị Gauss, TC Khoa học và kỹ thuật, IV/Tr.112-118.

2. Lê Xuân Huỳnh (2009), Tính toán kết cấu theo lý thuyết tối ưu. Nhà xuất bản Khoa học kỹ thuật, Hà nội.

3. Võ Như Cầu (2005), Phân tích kết cấu theo lý thuyết tối ưu, Nhà xuất bản Khoa học kỹ thuật, Hà nội.

4. Đoàn Văn Duẩn (2016), Phương pháp mới nghiên cứu tối ưu chiều cao dầm, Tạp chí xây dựng, số 3 trang 136-138.

5. Đoàn Văn Duẩn (2016), Phương pháp mới nghiên cứu tối ưu thể tích dàn, Tạp chí xây dựng, số 3 trang 131-133.

6. William R.Spillers và Keith M.Bacbain, Structural Optimization, Springer.

7. Peter W. Christensen, Anders Klarbring An introduction to Structural Optimization NXB Springer 2010.

8. M.P.Bendsoe, Osigmund Topology Optimization NXB Springer 2003.

9. Makoto Ohsaki Optimization of finite Dimentional Structures NXB CRC Press 2011.

PHỤ LỤC TÍNH TOÁN

```
%DAN 9  THANH
%TOI UU DAN HOI
      p1=400.;p2=300;p3=400;p4=200;%kN
      edh=21000;%kN/cm2
      us0=20;%kN/cm2
      uscp=us0/2;

      lt(1)=(150^2+200^2)^0.5;%cm
      lt(2)=lt(1);
      lt(3)=400;
      lt(4)=400;
      lt(5)=(300^2+400^2)^0.5;
      lt(6)=lt(5);
      lt(7)=(150^2+600^2)^0.5;
      lt(8)=lt(7);
      lt(9)=300;
      goc(1)=atan(1.5/2);
      goc(2)=goc(1);
      goc(3)=0;
      goc(4)=0;
      goc(5)=atan(3/4);
      goc(6)=goc(5);
      goc(7)=atan(1.5/6);
      goc(8)=goc(7);
      goc(9)=pi/2;

      nluc=[1 2 3 4 5 6 7 8 9 ];%so thu tu noi luc trong thanh
      nt=[10 11 12 13 14 15 16 17 18];%so thu tu an dien tich
      numvar=18;%so an bang 18
      numvar

%rang buoc doi voi dien tich thanh
      aq=zeros(27,numvar);
      bq=zeros(27,1);
      k=0;
      for m=1:9
          k=k+1;
          k1=nluc(m);
          aq(k,k1)=1;
          bq(k)=uscp;
          k=k+1;
          k1=nluc(m);
          aq(k,k1)=-1;
          bq(k)=uscp;

          k=k+1;
          k1=nt(m);
          aq(k,k1)=-1;
          bq(k)=-0.5*1.e-32;
      end

      at(1:k,1:numvar)=aq(1:k,1:numvar);
      bt(1:k,1)=bq(1:k,1);

      r0=zeros(numvar,1);
```

```
      for m=1:9
          k=nt(m);
          r0(k)=500;
      end

      options=optimset('algorithm','active-set');
      r=fmincon(@top9a,r0,[aq],[bq],[],[],[],[],[@top9b],options);
      %Ket qua
      x1=zeros(9,1);
      x2=zeros(9,1);
      x3=zeros(9,1);
      for m=1:9
          k1=nluc(m);
          k2=nt(m);
          x1(m)=r(k1);
          x2(m)=r(k2);
          x3(m)=r(k1)*r(k2);
      end

%TINH THE TICH VAT LIEU
      z1=0;
      for m=1:9
          z0=lt(m);
          s1=x2(m);
          z1=z1+z0*s1;
      end


%3 cot: UNG SUAT, DIEN TICH, NOI LUC
      [x1 x2 x3]

      the_tich_cm3=z1


%ham muc tieu

function f1=top9a(r)

      p1=400.;p2=300;p3=400;p4=200;%kN
      edh=21000;%kN/cm2
      us0=20;%kN/cm2
      uscp=us0/2;

      lt(1)=(150^2+200^2)^0.5;%cm
      lt(2)=lt(1);
      lt(3)=400;
      lt(4)=400;
      lt(5)=(300^2+400^2)^0.5;
      lt(6)=lt(5);
      lt(7)=(150^2+600^2)^0.5;
      lt(8)=lt(7);
      lt(9)=300;
      goc(1)=atan(1.5/2);
      goc(2)=goc(1);
      goc(3)=0;
      goc(4)=0;
      goc(5)=atan(3/4);
```

```
      goc(6)=goc(5);
      goc(7)=atan(1.5/6);
      goc(8)=goc(7);
      goc(9)=pi/2;

      nluc=[1 2 3 4 5 6 7 8 9 ];%so thu tu noi luc trong thanh
      nt=[10 11 12 13 14 15 16 17 18];%so thu tu an dien tich
      numvar=18;%so an bang 18
```

%The nang bien dang toi thieu

```
      f1=0;
      for m=1:9
          z0=lt(m);
          k=nluc(m);
          s1=r(k);
          k=nt(m);
          s2=r(k);

          f1=f1+(s1)^2/2/edh*s2*z0;

      end
      %The tich nho nhat
      z1=0;
      for m=1:9
          z0=lt(m);
          k=nt(m);
          s1=r(k);
          z1=z1+s1*z0;
      end
      f1=f1+z1;
```

%Cac ham phi tuyen

function [d1 d2]=top9b(r)

```
      p1=400.;p2=300;p3=400;p4=200;%kN
      edh=21000;%kN/cm2
      us0=20;%kN/cm2
      uscp=us0/2;

      lt(1)=(150^2+200^2)^0.5;%cm
      lt(2)=lt(1);
      lt(3)=400;
      lt(4)=400;
      lt(5)=(300^2+400^2)^0.5;
      lt(6)=lt(5);
      lt(7)=(150^2+600^2)^0.5;
      lt(8)=lt(7);
      lt(9)=300;
      goc(1)=atan(1.5/2);
      goc(2)=goc(1);
      goc(3)=0;
      goc(4)=0;
      goc(5)=atan(3/4);
      goc(6)=goc(5);
```

```
goc(7)=atan(1.5/6);
goc(8)=goc(7);
goc(9)=pi/2;

nluc=[1 2 3 4 5 6 7 8 9 ];%so thu tu noi luc trong thanh
nt=[10 11 12 13 14 15 16 17 18];%so thu tu an dien tich
numvar=18;%so an bang 18
```

%cac phuong trinh can bang phi tuyen

```
k=0;
%nut 1
k1=nluc(1);
k2=nt(1);
z0=goc(1);
s1=r(k1)*r(k2)*cos(z0);

k1=nluc(2);
k2=nt(2);
z0=goc(2);
s2=r(k1)*r(k2)*cos(z0);

k1=nluc(7);
k2=nt(7);
z0=goc(7);
s3=r(k1)*r(k2)*cos(z0);

k1=nluc(8);
k2=nt(8);
z0=goc(8);
s4=r(k1)*r(k2)*cos(z0);

k=k+1;
d2(k)=s1+s2+s3+s4+p4;

k1=nluc(1);
k2=nt(1);
z0=goc(1);
s1=r(k1)*r(k2)*sin(z0);

k1=nluc(2);
k2=nt(2);
z0=goc(2);
s2=r(k1)*r(k2)*sin(z0);

k1=nluc(7);
k2=nt(7);
z0=goc(7);
s3=r(k1)*r(k2)*sin(z0);

k1=nluc(8);
k2=nt(8);
z0=goc(8);
s4=r(k1)*r(k2)*sin(z0);;
```

```
      k=k+1;
      d2(k)=s1-s2+s3-s4+p3;


%NUT 2
      k1=nluc(2);
      k2=nt(2);
      z0=goc(2);
      s1=r(k1)*r(k2)*cos(z0);

      k1=nluc(3);
      k2=nt(3);
      z0=goc(3);
      s2=r(k1)*r(k2)*cos(z0);

      k1=nluc(6);
      k2=nt(6);
      z0=goc(6);
      s3=r(k1)*r(k2)*cos(z0);

      k1=nluc(9);
      k2=nt(9);
      z0=goc(9);
      s4=r(k1)*r(k2)*cos(z0);

      k=k+1;
      d2(k)=-s1+s2+s3;

      k1=nluc(2);
      k2=nt(2);
      z0=goc(2);
      s1=r(k1)*r(k2)*sin(z0);

      k1=nluc(3);
      k2=nt(3);
      z0=goc(3);
      s2=r(k1)*r(k2)*sin(z0);

      k1=nluc(6);
      k2=nt(6);
      z0=goc(6);
      s3=r(k1)*r(k2)*sin(z0);

      k1=nluc(9);
      k2=nt(9);
      z0=goc(9);
      s4=r(k1)*r(k2)*sin(z0);

      k=k+1;
      d2(k)=s1+s3+s4;


%NUT 3
      k1=nluc(1);
      k2=nt(1);
      z0=goc(1);
```

```
s1=r(k1)*r(k2)*cos(z0);

k1=nluc(4);
k2=nt(4);
z0=goc(4);
s2=r(k1)*r(k2)*cos(z0);

k1=nluc(5);
k2=nt(5);
z0=goc(5);
s3=r(k1)*r(k2)*cos(z0);

k1=nluc(9);
k2=nt(9);
z0=goc(9);
s4=r(k1)*r(k2)*cos(z0);

k=k+1;
d2(k)=-s1+s2+s3+p2;

k1=nluc(1);
k2=nt(1);
z0=goc(1);
s1=r(k1)*r(k2)*sin(z0);

k1=nluc(4);
k2=nt(4);
z0=goc(4);
s2=r(k1)*r(k2)*sin(z0);

k1=nluc(5);
k2=nt(5);
z0=goc(5);
s3=r(k1)*r(k2)*sin(z0);

k1=nluc(9);
k2=nt(9);
z0=goc(9);
s4=r(k1)*r(k2)*sin(z0);

k=k+1;
d2(k)=-s1-s3-s4+p1;

d1=[];
```

```
%Dan 10 thanh-Loi giai toi uu dan hoi
%LOI GIAI TRUONG HOP TONG QUAT.BAI TOAN 15
%KHONG CO GIOI HAN TREN DOI VOI DIEN TICH
      p=2/3;

      l=1;%chieu cao dan
      h=1;%chieu cao dan
      ldh=[1.5091 0.6943 -0.7200 -1.4909 -0.0545 0.4364,...
          0.7971 -0.6171 -0.5636 0.4364];%UNG SUAT DAN HOI

%Chieu dai cac thanh lt(10)
      lt(1)=l;
      lt(2)=(h^2+l^2)^0.5;
      lt(3)=(h^2+l^2)^0.5;
      lt(4)=l;
      lt(5)=h;
      lt(6)=l;
      lt(7)=(h^2+l^2)^0.5;
      lt(8)=(h^2+l^2)^0.5;
      lt(9)=l;
      lt(10)=h;
      goc=atan(h/l);%goc nghieng cua thanh xien

%doi voi truc nam ngang

      nluc=[1 2 3 4 5 6 7 8 9 10];%so thu tu noi luc trong thanh
      nt=[11 12 13 14 15 16 17 18 19 20];%so thu tu an dien tich
      numvar=20;%so an bang 20
      numvar

%rang buoc doi voi dien tich thanh
      aq=zeros(10,numvar);
      bq=zeros(10,1);
      k=0;
      for m=1:10

          k=k+1;
          k1=nt(m);
          aq(k,k1)=-1;
          bq(k)=-1.e-32;
      end

      r0=zeros(numvar,1);
      for m=1:10
          k=nt(m);
          r0(k)=1;
      end
      options=optimset('algorithm','active-set');
      r=fmincon(@top10a,r0,[aq],[bq],[],[],[],[],[@top10b],options);
      %Ket qua
      x1=zeros(10,1);
      x2=zeros(10,1);
      x3=zeros(10,1);
      for m=1:10
          k1=nluc(m);
          k2=nt(m);
          x1(m)=r(k1)*r(k2);
          x2(m)=r(k2);
```

```
      end
      s1=max(x2);
      x2=x2./s1;
      z1=[x1 x2]
```

%ung suat cho phep bang 1

```
      uscp=1;%ung suat cho phep
      z1=0;
      for m=1:10
          s1=lt(m);
          s2=x2(m);
          s3=abs(x1(m))/uscp;
          z1=z1+s3*s2*s1;
      end
      z2=0;
      for m=1:10
          s1=lt(m);
          s2=ldh(m)/uscp;
          z2=z2+abs(s2)*s1;
      end
      volume=z1/z2
```

%ham muc tieu

function f1=top10a(r)

```
      edh=1.1*1.e5;


      p=2/3;
      l=1;%chieu cao dan
      h=1;%chieu cao dan
```

%Chieu dai cac thanh lt(10)

```
      lt(1)=l;
      lt(2)=(h^2+l^2)^0.5;
      lt(3)=(h^2+l^2)^0.5;
      lt(4)=l;
      lt(5)=h;
      lt(6)=l;
      lt(7)=(h^2+l^2)^0.5;
      lt(8)=(h^2+l^2)^0.5;
      lt(9)=l;
      lt(10)=h;
      goc=atan(h/l);%goc nghieng cua thanh xien
      \
```

%doi voi truc nam ngang

```
      nluc=[1 2 3 4 5 6 7 8 9 10];%so thu tu noi luc trong thanh
      nt=[11 12 13 14 15 16 17 18 19 20];%so thu tu an dien tich
      numvar=20;%so an bang 20
```

%The nang bien dang toi thieu

```
      f1=0;
```

```
      for m=1:10
          z0=lt(m);
          k=nluc(m);
          s1=r(k);
          k=nt(m);
          s2=r(k);

          f1=f1+(s1)^2/2/edh*s2*z0;

      end

%The tich nho nhat
      for m=1:10
          z0=lt(m);
          k=nt(m);
          s1=r(k);
          f1=f1+s1*z0;
      end




%Cac ham phi tuyen

function [d1 d2]=top10b(r)

      p=2/3;

      l=1;%chieu cao dan
      h=1;%chieu cao dan


%Chieu dai cac thanh lt(10)
      lt(1)=l;
      lt(2)=(h^2+l^2)^0.5;
      lt(3)=(h^2+l^2)^0.5;
      lt(4)=l;
      lt(5)=h;
      lt(6)=l;
      lt(7)=(h^2+l^2)^0.5;
      lt(8)=(h^2+l^2)^0.5;
      lt(9)=l;
      lt(10)=h;
      goc=atan(h/l);%goc nghieng cua thanh xien

%doi voi truc nam ngang

      nluc=[1 2 3 4 5 6 7 8 9 10];%so thu tu noi luc trong thanh
      nt=[11 12 13 14 15 16 17 18 19 20];%so thu tu an dien tich
      numvar=20;%so an bang 20


%cac phuong trinh can bang phi tuyen
      k=0;

%nut 1
```

```
        k1=nluc(1);
        k2=nt(1);
        s1=r(k1)*r(k2);
        k1=nluc(3);
        k2=nt(3);
        s2=r(k1)*r(k2);
        k1=nluc(6);
        k2=nt(6);
        s3=r(k1)*r(k2);
        k1=nluc(7);
        k2=nt(7);
        s4=r(k1)*r(k2);
        k=k+1;
        d2(k)=s1+s2*cos(goc)-s3-s4*cos(goc);

        k1=nluc(3);
        k2=nt(3);
        s1=r(k1)*r(k2);
        k1=nluc(5);
        k2=nt(5);
        s2=r(k1)*r(k2);
        k1=nluc(7);
        k2=nt(7);
        s3=r(k1)*r(k2);
        k=k+1;
        d2(k)=s1*sin(goc)+s2+s3*sin(goc);


%nut 2
        k1=nluc(2);
        k2=nt(2);
        s1=r(k1)*r(k2);
        k1=nluc(4);
        k2=nt(4);
        s2=r(k1)*r(k2);
        k1=nluc(8);
        k2=nt(8);
        s3=r(k1)*r(k2);
        k1=nluc(9);
        k2=nt(9);
        s4=r(k1)*r(k2);
        k=k+1;
        d2(k)=s1*cos(goc)+s2-s3*cos(goc)-s4;

        k1=nluc(2);
        k2=nt(2);
        s1=r(k1)*r(k2);
        k1=nluc(5);
        k2=nt(5);
        s2=r(k1)*r(k2);
        k1=nluc(8);
        k2=nt(8);
        s3=r(k1)*r(k2);
        k=k+1;
        d2(k)=s1*sin(goc)+s2+s3*sin(goc);


%nut 3
```

```
      k1=nluc(6);
      k2=nt(6);
      s1=r(k1)*r(k2);
      k1=nluc(8);
      k2=nt(8);
      s2=r(k1)*r(k2);
      k=k+1;
      d2(k)=s1+s2*cos(goc);

      k1=nluc(8);
      k2=nt(8);
      s1=r(k1)*r(k2);
      k1=nluc(10);
      k2=nt(10);
      s2=r(k1)*r(k2);
      k=k+1;
      d2(k)=s1*sin(goc)+s2;

%nut 4
      k1=nluc(7);
      k2=nt(7);
      s1=r(k1)*r(k2);
      k1=nluc(9);
      k2=nt(9);
      s2=r(k1)*r(k2);
      k=k+1;
      d2(k)=s1*cos(goc)+s2;

      k1=nluc(7);
      k2=nt(7);
      s1=r(k1)*r(k2);
      k1=nluc(10);
      k2=nt(10);
      s2=r(k1)*r(k2);
      k=k+1;
      d2(k)=s1*sin(goc)+s2-p;

      d1=[];
```